災害リスクの分散方法と防災投資の経済評価

京都大学大学院　学生会員　○横松 宗太
京都大学大学院　正会員　小林 潔司

1. はじめに

防災投資による災害リスクの軽減の便益を評価する場合，災害が生起したときに最終的に損害が誰に帰着するかが本質的な問題となる．例えば義援金等を通じて被災者への所得の移転が行われる社会においては，仮に地震が生起する確率がゼロである地域の住民であっても，他の地域が被災した場合には損害の一部を負担することになる．ここでは安全地域の住民も危険地域への防災投資に対して正の支払い意思額をもつだろう．したがって，防災投資の便益評価を行うに際しては，まずは対象とする社会に備わったリスク分散の体系を明確に規定することが必要である．

一方，災害リスクの特殊性の一つに集合性が挙げられる．自然災害は生起する確率は稀少であるが，ひとたび生起すれば非常に多くの個人が同時に巨大な損害を被る危険性がある．よって一般的に保険市場において災害リスクを完全に分散することはできない．しかし従来，災害リスクに関して個々の小規模な危険事象が独立に多数生起するという前提のもとで，損害が完全に分散される市場を対象に防災投資の経済便益が評価されてきている．災害リスクの集合性を考慮すれば，このような対象市場の設定が自明であるとはいえないであろう．

本研究では，市場に新しい保険システムを導入することによって，集合性を有する災害リスクのファーストベストな配分が可能であることを示す．そしてそのような損害の分散市場を対象に防災投資の経済便益を評価する新しい方法論を提案する．

2. 個人リスクと集合リスク

災害リスクを，各家計が被災するリスクを表す個人リスクと社会全体の被害を表す集合リスクの複合リスクとしてモデル化しよう．

タイプh $(h=1,\cdots,H)$の家計数をN_hと表す．地域全体では$N=\sum_h N_h$の家計が存在する．個人リスクを災害が生起した場合に各家計が被る被害の状態により定義しよう．個人リスクの事象として，1）平常の場合$(s=0)$，2）ランクs $(s=1,\cdots,S)$の被害を受けた場合を考える．L_s (>0)を家計が被るランクsの被害額とする．次に集合リスクをモデル化する．いま，ある災害が発生した時に，タイプhの家計の集計的な被害状況を被害者数ベクトル$\boldsymbol{q}_h=(q_h^0,\cdots,q_h^S)$で表す．ここに，$q_h^s$はランク$s$の被害を受けたタイプ$h$の家計数であり，$\sum_{s=0}^S q_h^s=N_h$が成立する．このとき，集合リスクの各事象を被災した家計数ベクトル$\boldsymbol{q}_t=(\boldsymbol{q}_1,\cdots,\boldsymbol{q}_H)$で表させる．ここに，$t$ $(t=0,\cdots,T)$は集合リスク事象を表す添字である．集合リスク事象tが生起する確率を$\pi(t)$と表す．ただし$\sum_{t=0}^T\pi(t)=1$である．集合リスク事象tが生じた時に，タイプhの家計がランクs $(s=1\cdots,S)$の被害を被る確率を$\pi_h(s|t)$で表す．ただし$\sum_{s=0}^S\pi_h(s|t)=1$である．そして$q_h^s=\pi_h(s|t)N_h$が成立する．

また状態(s,t)が生じた時のタイプhの家計の，所得移転が行われる前の富を$e_h(s)=W_h-L_s$と表す．W_hはタイプhの家計の平常時の富である．さらに当該家計の所得移転後の富を$x_h(s,t)$で表す．そして家計の期待効用関数u_hは

$$u_h(\boldsymbol{x}_h)=\sum_{s,t}\pi_h(s,t)v_h(x_h(s,t)) \tag{1}$$

ここに間接効用関数v_hは2回連続微分可能な危険回避型基数効用関数である．

3. 規範的最適解

事前における社会全体での最適リスク配分問題を考える．社会的厚生関数を家計の期待効用の加重和で表す．最適リスク配分問題(SO)は次の通りである．

$$\max_{\boldsymbol{x}_h}\left\{\sum_h \nu_h N_h u_h(\boldsymbol{x}_h)\right\} \tag{2}$$

subject to

$$\sum_h N_h\sum_s \pi_h(s|t)(x_h(s,t)-e_h(s))=0 \tag{3}$$

$$x_h(s,t)\geq 0 \qquad \text{for all } s,t \tag{4}$$

制約条件(3)のラグランジュ乗数を$p(t)$とする．$p(t)$は社会的厚生水準単位で評価した集合リスク事象tの潜在価格を意味する．1階の最適条件等を整理すると，

$$\pi_h(t)\frac{dv_h(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)}=\lambda_h p(t) \qquad \text{for all } h,s,t \tag{5}$$

状況依存的富$x_h(s,t)$の限界効用水準はhとtのみに依存する．これより，集合リスク事象tのそれぞれが生起した事後において同タイプの家計の間で富が一定となるように富の再配分を行うルールを確立すれば，社会的に効率的な事前のリスク配分が可能となる．よって，

$$x_h(0,t)=\cdots=x_h(S,t)=\hat{x}_h(t) \tag{6}$$

4. 保険システムによる分権的リスク配分

パレート最適な災害リスクの配分パターンを分権的に達成する可能性を考えよう．問題SOよりそれは災害の事後における富の再配分により達成される．しかし現実には事後の時点において，異なるランクの損害を被る家計の間の自発的な富の交換は成立しないだろう．よって何らかの制度的なシステムの導入が必要となる．

まず相互保険契約を通して同タイプの家計間で損害を分散する．タイプhの相互保険Ω_hを(s,t)のそれぞれに対して保険金$m_h(s,t)$と保険料$\mu_h(t)$の組み合わせの集合$\Omega_h=(\boldsymbol{m}_h,\boldsymbol{\mu}_h)$として定義する．完全競争下の保

Muneta YOKOMATSU, Kiyoshi KOBAYASHI

険会社を仮定すると次の関係が成り立っている．

$$\mu_h(t)=\sum_{s=0}^{S}\pi_h(s|t)m_h(s,t) \tag{7}$$

次にタイプ間の集合リスクの分散を考えよう．保険会社は相互保険と同時に集合リスクの状態の数と同数の種類を持つArrow証券を販売する．Arrow証券とは，集合リスク事象tが生起した時に1が支払われるが，それ以外の場合には支払いがないような証券である．Arrow証券1単位当たりの事前の価格$p(t)$は市場において内生的に決まる．タイプhの家計のArrow証券保有ベクトルを$\boldsymbol{a}_h=\{a_h(0),\cdots,a_h(T)\}$と表す．

家計の期待効用最大化問題(IO)を定式化する．

$$\max_{\boldsymbol{m}_h,\boldsymbol{a}_h,\boldsymbol{x}_h,y_h}\left\{\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T}\pi_h(s,t)v(x_h(s,t))\right\} \tag{8}$$

subject to

$$\sum_{t=0}^{T}p(t)a_h(t)=y_h \tag{9}$$

$$x_h(s,t)=e_h(s)+m_h(s,t)-\sum_{s'=0}^{S}\pi_h(s'|t)m_h(s',t)+a_h(t)-y_h \quad \text{for all } s,t \tag{10}$$

$$x_h(s,t)\geq 0, a_h(t)\geq 0, m_h(s,t)\geq 0, y_h\geq 0 \tag{11}$$

制約条件(9),(10)のラグランジュ乗数をそれぞれ$\lambda_h,\lambda_h(s,t)$と表そう．1階の条件を整理すると，

$$\pi_h(t)\frac{dv(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)}=\lambda_h p(t) \tag{12}$$

$$\lambda_h=\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T}\pi_h(s,t)\frac{dv(x_h(s,t))}{dx_h(s,t)} \tag{13}$$

Arrow証券の価格$p(t)$は証券市場における裁定条件式

$$\sum_{h=1}^{H}N_h a_h(t)=\sum_{h=1}^{H}\sum_{t'=0}^{T}N_h p(t')a_h(t') \quad \text{for all } t \tag{14}$$

を満たす．これより規格化条件$\sum_{t=0}^{T}p(t)=1$が導かれる．ここで，分権的市場における個人行動の最適化条件(12)はパレート最適なリスク配分条件(5)と一致している．これより以下の命題が成立する．

命題 Malinvaud=Arrow証券(m_h,a_h)が事前に売買されるような証券市場を通じて，パレート最適な災害リスク配分を分権的に達成することが可能である．

以上では，家計がMalinvaud=Arrow証券を直接購入することを想定しているが，保険会社が各家計タイプごとにMalinvaud=Arrow証券と相互保険を組み合わせたようなMalinvaud=Arrow型災害保険（以下，災害保険と呼ぶ）を販売すれば，同様のリスクヘッジ機能を実現することができる．このような災害保険の保険料c_h，保険金$R_h(s,t)$は次の組み合わせで表される．

$$c_h=\sum_{t=0}^{T}\{p^*(t)a_h^*(t)+\mu_h^*(t)\} \tag{15}$$

$$R_h(s,t)=m_h^*(s,t)+a_h^*(t)+\sum_{t'\neq t}\mu_h^*(t') \tag{16}$$

5. 費用・便益ルールの導出

災害保険の役割はある災害により生じた損害を家計の間で可能な限り分散することにある．しかし災害保険を導入したところで経済社会全体の損失を減少させることはできない．他方，防災投資は損害を家計間に効率的に配分するものではないが，社会全体の損害を減少させる機能を有している．大規模災害のような社会全体にとっての集合リスクを軽減するためには防災投資が不可欠となる．

いま防災投資の直接的な機能を災害の生起確率を制御するものと考えよう．防災投資水準がz^0からz^1に変化することにより，$\boldsymbol{\pi}_h^0$，$\boldsymbol{x}_h^{*0}$, $\boldsymbol{p}^{*0}$が$\boldsymbol{\pi}_h^1$，$\boldsymbol{x}_h^{*1}$, $\boldsymbol{p}^{*1}$に変化する．補償オプションは，

$$E[v(\boldsymbol{x}_h^{*1}-OP_h^C):\boldsymbol{\pi}_h^1]=E[v(\boldsymbol{x}_h^{*0}):\boldsymbol{\pi}_h^0] \tag{17}$$

を満足するOP_h^Cとして定義される．記号$E[\cdot:\boldsymbol{\pi}_h^i]$は確率$\pi_h^i(s,t)$ $(i=0,1)$に関する期待値操作を表す．プロジェクトはsmallであると考える．両辺を全微分して整理するなどにより，補償オプション価格は

$$dOP_h^C=\frac{1}{\lambda_h^1}\sum_{s,t}\frac{\partial\pi_h^1(s,t)}{\partial z}v(x_h^{*1}(s,t))\cdot(-dz) \tag{18}$$

$$\lambda_h^1=\sum_{s=0}^{S}\sum_{t=0}^{T}\pi_h^1(s,t)\frac{\partial v(x_h^{*1}(s,t))}{\partial x_h^1(s,t)}$$

λ_h^1は集合リスク$\boldsymbol{\pi}_h^1$の下でのタイプhの家計の富の期待限界効用であり，当該家計が有するArrow証券の束に関する潜在価格に一致する．また災害保険が普及した社会においては，集合リスク事象tのそれぞれに対して，個人リスクは相互保険により完全にカバーされ式(6)が成立する．OP_h^Cは次のように決まる．

$$dOP_h^C=\frac{1}{\lambda_h^1}\sum_{t=0}^{T}\frac{\partial\pi^1(t)}{\partial z}v(\hat{x}_h^{*1}(t))\cdot(-dz) \tag{19}$$

ここでは家計の状況依存的な富が，

$$x_h(s,t)=e_h(s)+R_h(s,t)-c_h \tag{20}$$

と表されることに留意すると，非状況依存的に富から差し引かれる補償オプション価格により評価される防災投資の便益は，災害保険料の軽減と捉えることができる．すなわち事前の所得移転に相当する．一方，災害保険が存在しない社会における防災投資の便益は被災者のみに帰着するため，事後の所得移転に相当する．

6. おわりに

本研究で提案したMalinvaud=Arrow証券の売買は，家計のリスク認知や合理性に関して理想的な状況下におけるリスクの配分方法である．さらにそのような最適な損害の分散市場を対象に評価した，防災投資の経済便益の大きさは，現実社会で考えられる大きさの最小値となる．これらの意味で本研究が提示する費用便益ルールは規範的な意義を有するものとなる．

ただし本研究で規範的最適解を導出する社会的厚生関数の重みν_hの大きさは，分権的リスク配分問題における市場均衡で評価した状況依存的富の期待限界効用λ_hの逆数と等価である．したがって富の期待限界効用の小さいタイプの家計（富の大きい家計）に対して，より大きな重みが割り当てられることとなり，期待効用の加法和を社会的厚生関数として用いる場合と比較して，より逆進的な富の配分が得られる．災害保険の衡平性に関する検討が今後の課題である．