

地域振興整備公団 正員 ○上田 哲弘 京都大学防災研究所 正員 中北 英一
 京都大学防災研究所 正員 岡田 憲夫 京都大学防災研究所 正員 池淵 周一

1 はじめに 日本の降水量は、季節的な変動のみならず年々の変動も大きく、その予測は非常に困難である。しかし、社会の高度化に伴い、洪水や渇水等の災害発生が社会生活に及ぼす影響は大きくなっている。このような状況の下、ハードウェアの充実に頼った水資源開発は行き詰まりを見せており、今後より重要となるソフトウェア側からの対策を実現するために、降水量変動特性の把握が不可欠である。そこで、水資源の安定供給及び洪水災害の軽減のために、1993年1994年のような連続した多雨・少雨のペアに注目することにより、降水量変動特性解析を行う。

2 地点間相関を用いた地点データの平均化 本研究で用いたデータは、和歌山・徳島・高知・宮崎・鹿児島・京都・大阪・岡山・広島・松山・多度津・福岡の1892年から1997年にわたる各年の夏期4ヶ月(6月～9月)降水量である。

まず、各地点における時系列同士の地点間相関を求め、それが0.7以上になる組み合わせによりグループ化を行った。そして、そのグループの特性を代表する時系列として、各地点の時系列を平均化した時系列を用いる。すなわち、グループを構成する地点の数を n_g 、地点 l_p の時系列の対数を $\dot{R}_{l_p}(t)$ とすると、領域を代表する時系列 $\dot{R}_p(t)$ は、

$$\dot{R}(t) = \dot{R}_p(t) = \frac{1}{n_g} \sum_{l_p=1}^{n_g} \dot{R}_{l_p}(t) \quad (1)$$

で表される。また、各地点の時系列 $\dot{R}_{l_p}(t)$ が正規分布にしたがっているとすると、その線形結合である $\dot{R}_p(t)$ も正規分布に従う。そして、 $\dot{R}_p(t)$ の平均値 $\mu_{\dot{R}}$ と分散 $\sigma_{\dot{R}}^2$ は次のように表される。

$$\mu_{\dot{R}} = \sum_{l_p=1}^{n_g} \frac{1}{n_g} \mu_{\dot{R}_{l_p}} \quad (2)$$

$$\sigma_{\dot{R}}^2 = \sum_{l_p=1}^{n_g} \left(\frac{1}{n_g} \right)^2 \sigma_{\dot{R}_{l_p}}^2 \quad (3)$$

$$+ 2 \sum_{l_p=1}^{n_g-1} \sum_{l_q=l_p+1}^{n_g} \left(\frac{1}{n_g} \right)^2 \sigma_{\dot{R}_{l_p}} \sigma_{\dot{R}_{l_q}} \rho_{\dot{R}_{l_p}, \dot{R}_{l_q}} \quad (4)$$

ここで、 $\rho_{\dot{R}_{l_p}, \dot{R}_{l_q}}$ は $\dot{R}_{l_p}(t)$ と $\dot{R}_{l_q}(t)$ の相互相関である。

3 生起事象の規模に応じた遷移確率モデル 先ほど定義した時系列 $\dot{R}(t)$ に関して、その平均、分散を $\mu_{\dot{R}}, \sigma_{\dot{R}}$ とし、

$$x(t) = \frac{\dot{R}(t) - \mu_{\dot{R}}}{\sigma_{\dot{R}}} \quad (5)$$

を用いて時系列の経年変動特性を解析する。まず、しきい値として m を選び、 $x(t) \in (m, \infty]$ であるときの $x(t)$ と $x(t+1)$ の関係を

$$x(t+1) = (1 + a_m)x(t) + \varepsilon_m, \quad \varepsilon_m \sim N(0, \sigma_m^2) \quad (6)$$

というモデルを用いて表現する。すなわち、条件付き確率密度関数で表現すると

$$f(x(t+1)|x(t) > m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_m} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\{x(t+1) - (1 + a_m)x(t)\}^2}{\sigma_m^2} \right] \quad (7)$$

となり、 $x(t) \in (m, \infty]$ における遷移確率を表していることになる。この遷移確率が時系列の定常性を満たすためには、

$$\sigma_m^2 = 1 - (1 + a_m)^2 \quad (8)$$

という条件が必要である。すなわち $-2 < a_m < 0$ であり、 a_m が -1 から離れるほど、 σ_m^2 が小さくなる必要がある。なお $m < 0$ の範囲では、 $x(t) \in [-\infty, m]$ に関して同様にパラメータを推定している。

4 モデルパラメータの検定 式(6)で表現されるモデルを用いる場合、しきい値 m を大きくするほど $x(t)$ がより大きいという条件の下で遷移確率を表現していることになる。しかし、しきい値を大きくしていくにつれて対象となる標本の個数が減少していくために、推定されたパラメータの有意性が低下してしまうという問題がある。そこで、推定されたパラメータ $\hat{a}_m$ の有意性を確かめるために、以下のよう仮説を立てて片側検定を行う。

帰無仮説 H_0 : $a_m = -1$

対立仮説 H_1 : $a_m < -1$

推定されたパラメータ $\hat{a}_m$ の標準誤差 $SE(\hat{a}_m)$ は、

$$SE(\hat{a}_m) = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_m^2}{(\sum x(t)^2 | x(t) \in (m, \infty))}} \quad (9)$$

で表される。ただし、 $\hat{\sigma}_m^2$ は分散の不偏推定値である。そして、 ε_m が正規分布に従うという仮定し、 $x(t) \in (m, \infty)$ の個数を n_m とすると、 $(\hat{a}_m - a_m)/SE(\hat{a}_m)$ が自由度 $n_m - 2$ の t 分布に従う¹⁾ という関係を用いて検定を行った。岡山を中心とするグループに対する検定の結果を図1に示す。横軸がしきい値 m を表して

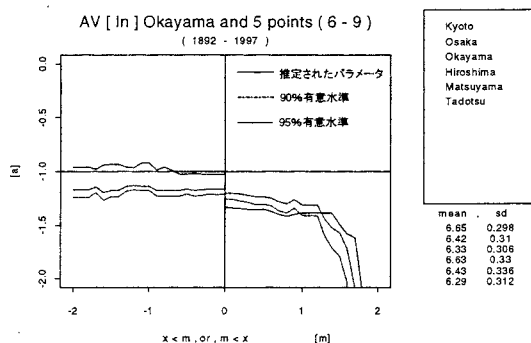


図1 しきい値とパラメータの関係

おり、実線が m を 0.1 ずつ変化させたときのパラメータ a_m の値を、破線と一点鎖線がそれぞれ 95% 及び 90% の片側棄却域を示している。すなわち、実線が棄却域より下側であれば、それぞれの有意水準で帰無仮説を棄却し、対立仮説を採択できることを意味している。

図からわかるように、 $m < 0$ の範囲では、パラメータ a_m は、ほぼ -1 の近くに落ち着いており、帰無仮説 $a_m = -1$ を棄却することはできない。 $m < 0$ の範囲では、有意水準 95% では $m = 1$ 、90% では $m = 1.25$ 程度まで有意性が示されている。

この結果を用いて、例えばしきい値 $m = 1$ におけるパラメータ a_m の推定値 -1.384 が有意であるすると、時刻 t において $x(t) = 2$ なる事象が生じたという条件の下での $x(t+1)$ の期待値は式 (6) の関係から、-0.768 と推定できることを意味している。しかし、これは期待値のみに関して推定を行った場合であり、この場合の分散が必ず式 (8) の定常性の条件を満たしているとは限らない。そこで、分散を標本推定値とした場合と、式 (8) の条件から求めた場合について、先ほどの期待値とあわせて分布形を求めるとともに、条件付きでない分布からの変動を調べた。 $m = 1.5, x(t) = 2$ の場合を図2に示す。定常性を満たすためには、分布の中心が条件付きでない場合からずれるほど、分散が小さくならなければいけないが、標本から求めた分散は必ずしもそうになっていない。この結果から、分散に関しても定常性を満たすような条件を付加した形でパラメータ推定を行った場合に、パラメータ a_m が -1 からあまり変動できな

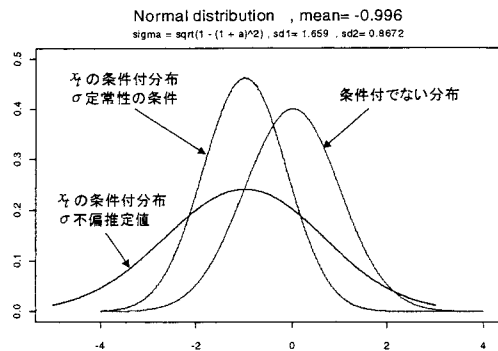


図2 条件付き遷移確率分布 ($m_j = 1.5, x(t) = 2$)

くなる可能性が考えられる。

5 1993 年から 1994 年への変動の影響 約 100 年にわたる時系列の中で、1993 年の多雨から 1994 年の少雨への変動の影響を調べるために、1993 年から 1994 年への変動を含まない 1993 年までの時系列に対して解析を行った。その結果を図3に示す。その結

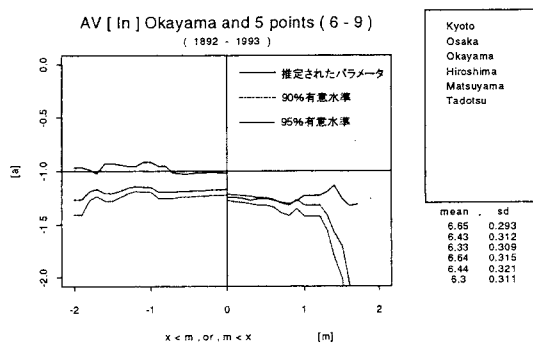


図3 しきい値とパラメータの関係 (1993 年まで)

果、時系列全体の平均値や分散はほとんど変化しないが、 $x(t) > 0$ の範囲全体としての変動傾向が小さくなるとともに、しきい値を大きくするにつれて変動傾向が大きくなるという関係も確認できなくなった。さらに $a_m < -1$ に関する有意性も減少した。

これは、約 100 年にわたる降水量時系列の中でも、1993 年から 1994 年への変動が非常に大きいものであり、この現象の生起が本研究で適用したモデルにおいて、多雨が生起した翌年の少雨傾向を示す大きな原因になっていると思われる。しかし 1993 年から 1994 年への変動を取り除いた場合にも、 $x(t) < 0$ の領域と比較した場合に、パラメータ a_m が -1 から離れた値を示している。これは、やはり多雨の翌年に少雨へ変動するという事象が、逆の場合に比べて生起しやすいことを物語っているといえる。

6 おわりに 対象領域に関して、大規模な多雨の生起を条件とした場合に、翌年が少雨となる傾向が確認された。

[参考文献] 1) G.S.Maddala 著, 和田肇 訳著: 計量経済分析の方法[第2版], シーエービー出版, 1996.