

1. まえがき

薄板集成断面柱の座屈には、部材の全体座屈，構成板パネルの局部座屈，これらの連成座屈がある。

これらの強度評価には、部材の細長比パラメータや板パネルの幅厚比パラメータが用いられる。部材区分と断面区分りがこれらのパラメータで明確にできれば、合理的な設計が可能になると思われる。

ここでは、箱形鋼柱の座屈強度を明らかにするため、部材を棒要素と板要素との結合でモデル化し、差分法で弾塑性有限変位解析を行う。

2. 解析対象

Fig.1に示されるような両端単純支持された長さ l 、フランジの幅と厚さが b_f , t_f 、腹板の幅と厚さが b_w , t_w の箱形鋼柱に圧縮力 N_0 が作用する場合を解析する。ただし、長さ l の部材のうち、長さ a の部分の板要素、残りを棒要素とする。基礎式を誘導するにあたり、以下の仮定を設ける。すなわち、①鋼材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化しない。②Kirchhoff-Loveの仮定。③降伏の判定はvon Misesの等価応力で行い、降伏後の応力-ひずみ関係にZieglerの移動硬化則を準用する。④部材の変形は、LinあるいはMassonnetの弾塑性論に従う。

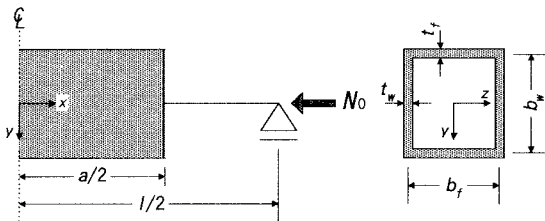


Fig.1 解析対象の箱形鋼柱

3. 基礎式

3.1 棒要素におけるつり合い式

棒要素におけるつり合い式は、 x , y 方向の力のつり合いと、 z 軸まわりのモーメントのつり合いから、

$$\frac{\partial N_{x(c)}}{\partial x} = 0, \quad \frac{d^2 M_{z(c)}}{dx^2} + N_{x(c)} \frac{d^2 \bar{v}_{(c)}}{dx^2} = 0 \quad (1)$$

のように得られる。ここに、 $N_{x(c)}$, $M_{z(c)}$, $\bar{v}_{(c)}$ はそれぞれ軸方向力、曲げモーメント、荷重によるたわみと初期たわみとの和、いわゆる全たわみである。

3.2 板要素におけるつり合い式

板要素におけるつり合い式は、 x , y , z 方向の力のつり合いから、フランジでは、

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{x(f)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xz(f)}}{\partial z} &= 0, \quad \frac{\partial N_{xz(f)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{z(f)}}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial^2 M_{x(f)}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xz(f)}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 M_{z(f)}}{\partial z^2} \\ &+ N_{x(f)} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + 2 N_{xz(f)} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x \partial z} + N_{z(f)} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

腹板では、

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{z(w)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy(w)}}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial N_{xy(w)}}{\partial x} + \frac{\partial N_{y(w)}}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial^2 M_{x(w)}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy(w)}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{y(w)}}{\partial y^2} \\ &+ N_{x(w)} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + 2 N_{xy(w)} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial y} + N_{y(w)} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

のように得られる。ここに、 $N_{x(f)}$, ..., $M_{xz(f)}$, $N_{x(w)}$, ..., $M_{xy(w)}$ はフランジと腹板の単位幅あたりの断面力である。また、 $\bar{v}$, $\bar{w}$ はフランジと腹板の荷重によるたわみと初期たわみの和である。

3.3 境界条件

圧縮力 N_0 に等価な部材軸方向強制変位を u_L とすれば、境界条件が

$$u_{(c)} = -u_L, \quad \bar{v}_{(c)} - v_{0(c)} = 0, \quad \frac{d^2 \bar{v}_{(c)}}{dx^2} - \frac{d^2 v_{0(c)}}{dx^2} = 0 \quad (4)$$

のように与えられる。

3.4 棒要素と板要素の結合部における連続条件

棒要素と板要素の結合部では、 x , y , z 方向の変位と z 軸まわりの回転角の連続性、および、せん断流を考慮すれば、フランジでは、

$$u_{(f)} = u_{(c)} \pm \frac{b_w}{2} \left(\frac{d\bar{v}_{(c)}}{dx} - \frac{dv_{0(c)}}{dx} \right), \quad N_{xz(f)} = \frac{\bar{G}_z}{I_z} \frac{dM_{z(c)}}{dx},$$

$$\bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} = -v_{(w)}, \quad \frac{\partial^2 \bar{v}_{(f)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_{0(f)}}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

腹板では、

$$u_{(w)} = u_{(c)} - y \left(\frac{d\bar{v}_{(c)}}{dx} - \frac{dv_{0(c)}}{dx} \right), \quad N_{xy(w)} = -\frac{\bar{G}_z}{I_z} \frac{dM_{z(c)}}{dx},$$

$$\bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} = \frac{b_w/2 - y}{b_w} w_{(u,f)} + \frac{b_w/2 + y}{b_w} w_{(l,f)},$$

$$\frac{\partial^2 \bar{w}_{(w)}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_{0(w)}}{\partial x^2} = 0 \quad (6)$$

が得られる。ここに、 $\bar{G}_z$ は断面1次モーメントで、 I_z は断面2次モーメントである。また、軸方向力、曲げモーメント、および、せん断力の連続性から、対称性を考慮すれば、

$$\frac{1}{2} N_{x(c)} = \int_0^{b_f/2} N_{x(f)} dz + \int_{-b_w/2}^{b_w/2} N_{x(w)} dy,$$

$$\frac{1}{2} M_{z(c)} = \int_0^{b_f/2} N_{x(f)} \left(\mp \frac{b_w}{2} \right) dz + \int_{-b_w/2}^{b_w/2} N_{x(w)} y dy,$$

$$\frac{1}{2} \frac{dM_{z(c)}}{dx} = \int_{-b_w/2}^{b_w/2} N_{xy(w)} dy \quad (7)$$

の関係が得られる。

3.5 板要素のフランジと腹板の接合部での連続条件

フランジと腹板の接合部では、 x , y , z 方向の変位と x 軸まわりの回転角の連続性から

$$u_{(f)} = u_{(w)}, \quad \bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} = -v_{(w)},$$

$$w_{(f)} = \bar{w}_{(w)} - w_{0(w)}, \quad \frac{\partial \bar{v}_{(f)}}{\partial z} - \frac{\partial v_{0(f)}}{\partial z} = \frac{\partial \bar{w}_{(w)}}{\partial y} - \frac{\partial w_{0(w)}}{\partial y} \quad (8)$$

が得られる。また、 x , y , z 方向の力と x 軸まわりのモーメントの連続性から

$$N_{x(f)} = \pm N_{y(w)}, \quad N_{z(f)} = \pm \left(\frac{\partial M_{y(w)}}{\partial y} + 2 \frac{\partial M_{xy(w)}}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial M_{z(f)}}{\partial z} + 2 \frac{\partial M_{xz(f)}}{\partial x} = \mp N_{y(w)}, \quad M_{z(f)} = \pm M_{y(w)} \quad (9)$$

が得られる。ここに、複号のうち、上段が上フランジと腹板、下段が下フランジと腹板に用いる。

3.6 数値解析法

つり合い式、境界条件式、および、連続条件式をそれぞれ変位表示し、棒要素で $u_{(c)}$, $v_{(c)}$ 、板要素で u , v , w を未知数とした多元連立の常微分あるいは偏微分方程式に差分法を適用し、多元連立の非線形代数方程式に変換する。これらを増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解く。なお、

解析結果が広範な箱形鋼柱に適用できるよう諸式を無次元化した。

4. 数値解析結果とその考察

はじめに、解析手法の妥当性を検討するため、道路橋示方書²⁾で局部座屈が生じないとされるパラメータによる解析を行う。

箱形鋼柱において、フランジの幅厚比 b_f/t_f と腹板の幅厚比 b_w/t_w をそれぞれ22.5 ($R_f=R_w=0.4$)、断面形状比 b_w/b_f を1.0とした場合、その終局強度を求めれば、Fig.2を得る。図中、縦軸は全強度で無次元化された箱形鋼柱の終局圧縮強度、横軸は細長比パラメータである。ただし、部材全体の初期たわみ $0.296l/1000$ 、最大引張残留応力 σ_y 、最大圧縮残留応力 $-0.12\sigma_y$ とした。これらは実測値の平均に相当³⁾する。同図には織田ら⁴⁾による局部座屈が生じない柱の強度曲線も示す。本法は、箱形鋼柱の終局強度を精度よく推定していることが分かる。

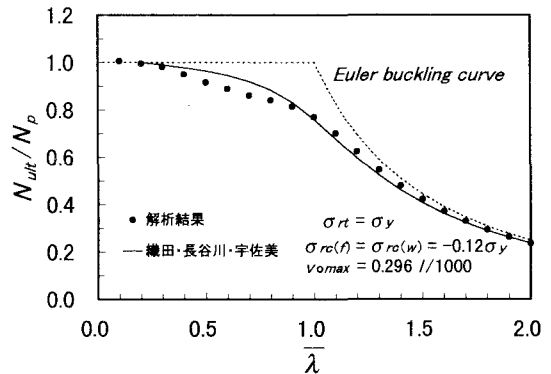


Fig.2 箱形鋼柱の耐力曲線

参考文献

- 1) 西村宣男・間瀬利明・大吞智正：軸力と曲げを受ける鋼部材の断面区分，構造工学論文集，土木学会，Vol.41A，pp.207-214，1995-3.
- 2) 日本道路協会編；道路橋示方書・同解説 I 共通編 II 鋼橋編，丸善，1996-12.
- 3) 土木学会（福本嘯士編）：座屈設計ガイドライン，技報堂出版，1987-10.
- 4) 織田博孝・長谷川雄一・宇佐美勉：初期不整の関数で表した連成座屈強度公式の実験データによる検証，土木学会論文集，No.543/I-36，pp.31-40，1996-7.