

(株) 間組 正会員 ○米田 新
日本工営 (株) 正会員 古西和夫

関西大学大学院 学生員 内田裕也
関西大学工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 先に起こった兵庫県南部地震は大規模な都市直下型地震で、高速道路や鉄道の高架橋を構成する鋼製橋脚にさまざまな損傷が生じた。そのうち、円形断面の鋼製橋脚には、堤灯座屈と呼ばれる局部座屈が多く見受けられた。これらの多くは、上部工の重量に相当する圧縮力と地震による水平繰返し荷重が作用したために起こったものと思われる。現在、道路橋示方書の鋼橋編¹⁾では、種々の鋼種と径厚比に対して許容応力度が規定されているに過ぎず、耐震設計編²⁾においても、ぜい性破壊を防ぐ基準として一定の径厚比を示しているだけである。このような許容応力度に依存した設計基準のみでは兵庫県南部地震のような大地震には対応できないため、耐荷力および塑性変形性能に基づいた合理的な設計基準の確立が望まれる。

ここでは、圧縮力と水平荷重を受ける鋼製円筒を幾何学的・材料的非線形解析し、その強度特性を明らかにする。

2. 理論式 図-1 に示す、基部が固定され、頂部に圧縮力 P と水平荷重 H が同時に作用する、長さ a 、半径 R 、肉厚 t の鋼製円筒の強度特性を明らかにする。理論式を誘導するにあたり、以下の仮定をもうける。鋼材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化しない。降伏の判定には、von Mises の等価応力を用い、降伏後の応力-ひずみ関係には Ziegler の移動硬化則を準用する。また、部材の変形は、Lin あるいは Massonnet の弾塑性論に従う。

(1) 力のつり合い式：鋼製円筒の x 、 θ 、 z 方向の力のつり合い式は、ポテンシャルエネルギー停留の原理より

$$N_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} N_\theta \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{2}{R} N_{x\theta} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) = 0 \quad (1)$$

$$N_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} N_\theta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - 2 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} - v\right) + \frac{2}{R} N_{x\theta} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right) + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + R \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x}\right) \left(R - \bar{w} + w_0 + \frac{\partial v}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$N_x \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} N_\theta \left(R - \bar{w} + w_0 + 2 \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2}\right) + \frac{2}{R} N_{x\theta} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x \partial \theta}\right) + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + R \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x}\right) \left(v + \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3 M_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} = 0 \quad (3)$$

のように得られる。ここに、 u 、 v は x 、 θ 方向の変位、 $\bar{w}$ は z 方向の変位で、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w との和である。また、 N_x 、 N_θ は x 、 θ 方向の膜力、 $N_{x\theta}$ は膜せん断力であり、 M_x 、 M_θ は x 、 θ 方向の曲げモーメント、 $M_{x\theta}$ はねじりモーメントである。

(2) 境界条件式：頂部に水平荷重 H を作用させる代わりに、それに等価な強制変位 w_0 を基部に作用させる。この場合、境界条件式は基部で、

$$u = 0, \quad v = w_0 \sin \theta, \quad \bar{w} - w_0 = w_0 \cos \theta, \quad \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} - \frac{\partial w_0}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

頂部で、

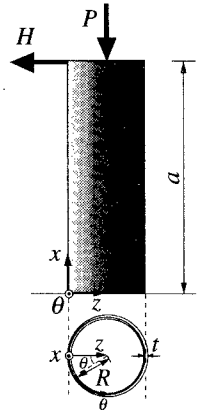


図-1 解析対象

$$u - u_p - R \cos \theta \cdot \phi = 0, \quad v = \frac{R}{2} \sin 2\theta (1 - \cos \phi), \quad \bar{w} - w_0 = \frac{R}{2} (1 + \cos 2\theta) (1 - \cos \phi), \quad \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

となる。ここに、 u_p は鉛直荷重の作用によって生じる軸方向変位、 ϕ は水平荷重によって生じる頂部での回転角で、付加条件式

$$\sum N_i R \Delta \theta = -k N_p^*, \quad \sum N_i R^2 \cos \theta \Delta \theta = 0 \quad (6)$$

を満足するように定める。また、 N_p^* は鋼製円筒の全強で、 k は全強を定数倍するためのパラメータである。

3. 数値解析法 力のつり合い式(1)～(3)と境界条件式(4)(5)、付加条件式(6)に差分法を適用し得られる、多元連立の非線形代数方程式を、増分法と反復法の一解法である修正Newton-Raphson法を併用した混合法を用いて解く。また、Lagrangeの補間法と加速Jacobi法を用い、解の収束を早める。なお、数値解析の結果が広範な鋼製円筒に適用できるよう、諸式を無次元化した。

4. 数値解析結果とその考察 鋼製円筒は円周方向に対称な変形をするものとし、円周方向に1/2の領域を解析する。数値解析を行うにあたり、差分分割数や肉厚方向の層数と、非線形解との関係を調べた結果、部材軸方向に48分割、円周方向に24分割、肉厚方向に10分割すればよいことが分かった。なお、数値解析に用いた鋼材は、降伏点応力 $\sigma_p=235\text{MPa}$ 、Young率 $E=206\text{GPa}$ 、Poisson比 $\nu=0.3$ である。

径長比 $R/a=0.2$ 、径厚比 $R/t=30$ の場合に対し、軸力比を $N/N_p=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$ と変化させた場合、頂部に作用する水平荷重と水平変位の関係を求めれば図-2を得る。図中、縦軸は降伏水平荷重 H_y で無次元化された鋼製円筒に作用する水平荷重 H/H_y 、横軸は降伏水平変位 δ_y で無次元化された部材端における水平変位 δ/δ_y である。

図から明らかなように、軸力比の増加とともに、最大水平荷重は低下する。特に、軸力比が $N/N_p=0.3$ では、極限強度とその後の強度劣下が著しい。これは、圧縮縁において、軸圧縮力による応力の増加が、基部での局部座屈の発生とその進行を早めたものと思われる。

終局時における圧縮縁の面外たわみの波形を図-3に示す。図中、縦軸は肉厚 t で無次元化された面外方向のたわみ w/t 、横軸は鋼製円筒の部材軸方向の長さ a で無次元化された基部からの距離 x/a である。

鋼製円筒の基部の付近で、軸力比の増加とともに、外側にはらみ出す変形が顕著になっている。これは、円形断面に発生するフープテンションによる変形が、基部で拘束されるために生じたと思われる。

参考文献 1) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説，Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編，丸善，1996-12. 2) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説，Ⅴ耐震設計編，丸善，1996-12.

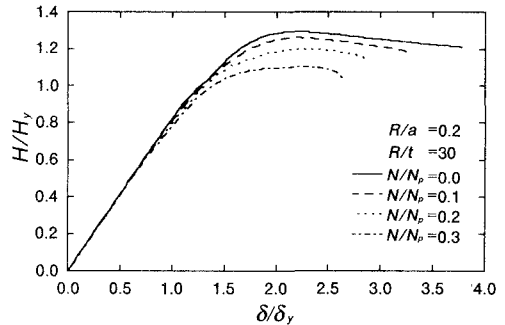


図-2 水平荷重と水平変位の関係

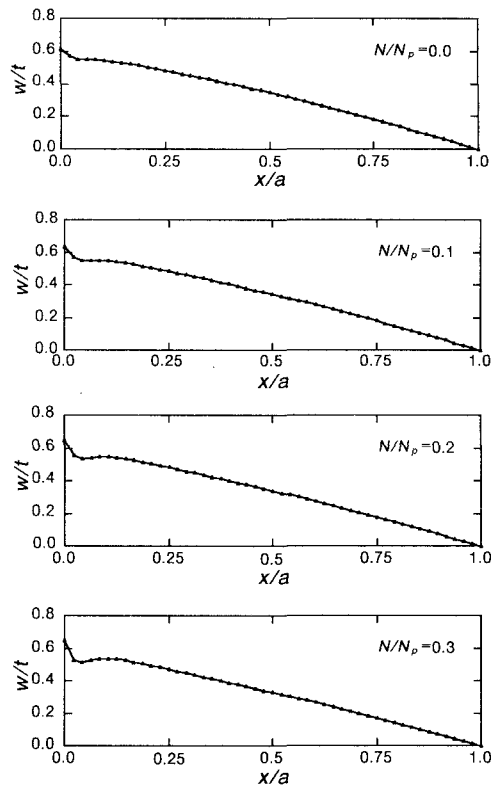


図-3 終局時の面外たわみの波形