

立命館大学理工学部 正会員 呉島 孝之  
東京工業大学工学部 正会員 松尾 真紀

立命館大学理工学部 正会員 高木 宣章  
名古屋大学大学院 学生員 ○横山 文彦

## 1.はじめに

本研究では、有限要素法を用いて供試体寸法10cmx10cmx40cmの矩形断面を有する無筋コンクリート供試体の中央一点曲げ載荷試験についてひび割れ解析を行った。コンクリートは弾性体と仮定し、ひび割れ発生部分にひび割れ幅と伝達応力の関係を非線形でモデル化したひび割れ要素を導入することにより、ひび割れ発生後のコンクリートの引張軟化特性を表現することを試みた。

## 2.要素特性および解析モデル

### (1)コンクリート要素

コンクリートは、図-1に示す8節点からなる二次のアイソパラメトリック四辺形要素で表現した。表-1にその材料特性を示す。

表-1 コンクリートの材料特性

$f'_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$F_t$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$E_c$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\nu$
300	30	$3.0 \times 10^5$	0.1667

### (2)ひび割れ要素

コンクリートに発生するひび割れは、図-2に示す接触要素のような6節点からなる二次のアイソパラメトリック線要素とし、ひび割れ発生位置に順次導入する。それぞれの節点はコンクリート要素と共有している。ひび割れ幅を  $\delta_n$ 、ひび割れに対して垂直に伝達される応力を  $\sigma_n$  すると次式の関係が得られる。

$$\sigma_n = \begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \tau_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{nn} & C_{nt} \\ C_{tn} & C_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_t \end{Bmatrix} = C \delta \quad (1)$$

曲げひび割れの場合、ひび割れ面に平行な方向よりも、垂直な方向に伝達される応力がコンクリート供試体の挙動に大きな影響を与えることを考慮して、その挙動を直接支配する  $C_{nn}$  の値に図-3に示す非線形ひび割れ要素特性を導入する。なお  $C_{nt} = C_{tn} = 0 \text{ kgf/cm}^3$ 、 $C_{tt} = 1.0 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^3$  とし、定数として扱った。

ひび割れの要素の剛性マトリックス  $K_c$  は次式で表される。

$$K_c = \int_s B^T C B t ds = \int_{-1}^1 B^T C B t \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} d\xi \quad (2)$$

ここで、  $t$  はひび割れ発生位置でのコンクリート厚とした。

### (3)解析モデル

図-4に示すように、供試体の対称性を考慮した左側1/2モデルについて解析を行った。供試体中央では拘束条件として鉛直方向のみに自由度を与えた。荷重は中央一点集中載荷とし、ひび割れ発生後は供試体の挙動の変化に対して適切な荷重を与えた。

Takayuki KOJIMA, Nobuaki TAKAGI, Maki MATSUO, Fumihiko YOKOYAMA

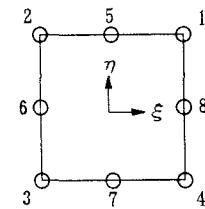


図-1 コンクリート要素

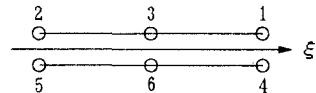


図-2 ひび割れ要素

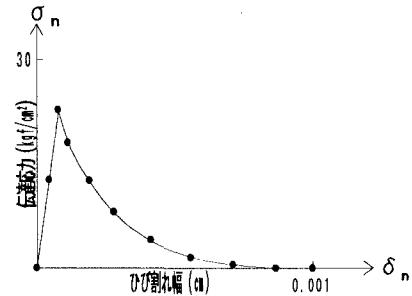


図-3 ひび割れ要素特性

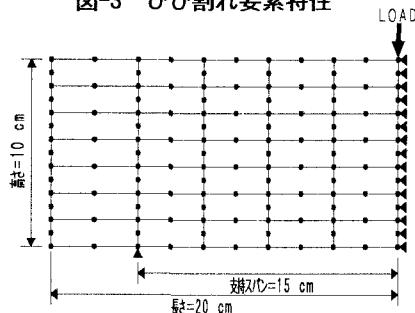


図-4 解析モデル

### 3.有限要素解析結果

(1) 図-5にコンクリートに発生した初ひび割れに対してひび割れ要素を導入し、コンクリートの応力を○、ひび割れ要素の伝達応力を●で表した時のスパン中央での応力分布を示す。

それまで一体であったコンクリートがひび割れ発生により引張縁のひび割れ発生部で応力が解放され、ひび割れを介してコンクリートに伝達される応力が減少する。

(2) 図-6(a)にひび割れ幅 $\delta_n$ とひび割れを介して伝達される応力 $\sigma_n$ の関係が線形弾性の場合を示す。ひび割れ幅の拡大とともに伝達される応力の増加する影響が、コンクリートの応力解放の影響を上回るため、ひび割れが進展し、ひび割れ幅が拡大するにしたがって、ひび割れ発生部で初ひび割れ発生の際に一度減少したコンクリートの引張応力が回復する。

(3) 図-6(b)に示すようにひび割れ幅 $\delta_n$ と伝達応力 $\sigma_n$ の関係に非線形ひび割れ要素特性を導入することで、各々のひび割れ幅に対応した伝達応力が適切に定められるため、ひび割れ幅の拡大に伴う伝達応力が減少し、コンクリートの引張応力の回復現象が解消する。

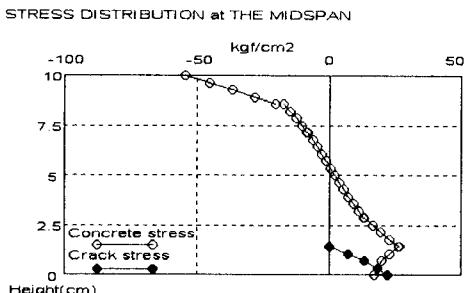


図-5 ひび割れ発生時の応力分布

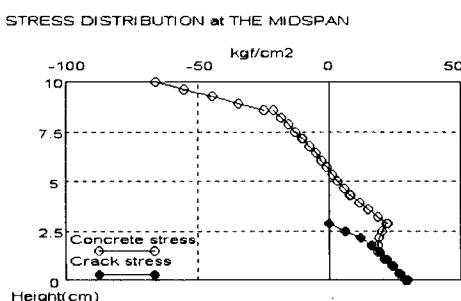


図-6(a) 線形弾性解析時の応力分布  
(ひび割れ進展度2)

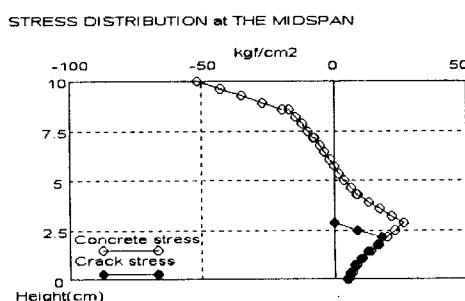
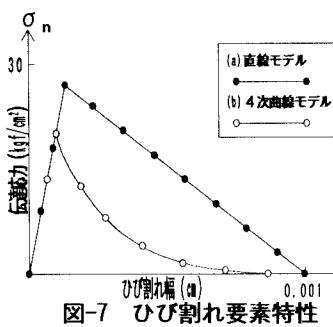


図-6(b) 非線形モデル導入時の応力分布  
(ひび割れ進展度2)

(4) 図-7に示すようにひび割れ要素特性を直線モデルから4次曲線へ変化させると、荷重-たわみ曲線はそれぞれ図-8(a)、図-8(b)のようになる。ここで、たわみはスパン中央の圧縮縁の変位である。ひび割れ要素特性を高次曲線にすると荷重-たわみ曲線は急激な曲げ破壊を表す鋭角的な分布を示す。



4.結論

本研究では、ひび割れ幅 $\delta_n$ とひび割れ面に垂直な方向にひび割れを介して伝達される応力 $\sigma_n$ の関係を非線形でモデル化したひび割れ要素を提案した。コンクリートに発生する曲げひび割れに、アイソパラメトリックひび割れ要素を導入することで、コンクリートの引張軟化現象を表現できたと考えられる。

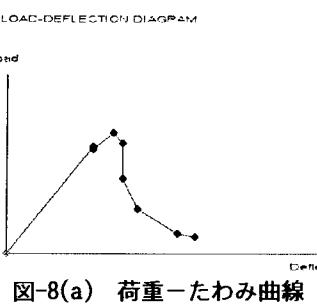


図-8(a) 荷重-たわみ曲線  
(直線モデル時)

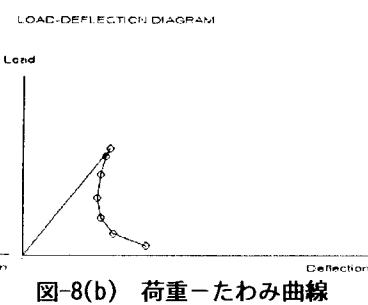


図-8(b) 荷重-たわみ曲線  
(4次曲線モデル時)