第Ⅳ部門

工事用資源の効率的運用を考慮した遊休費用最小化の工程計画モデルに関する理論的・実証的研究

立命館大学理工学部　正　員　　春名　攻
立命館大学大学院　　学生員　　滑川　達
西松建設株式会社　　正　員　　櫻井　義夫
立命館大学大学院　　学生員　○伊藤　壮央

1．はじめに

近年、建設工事は複雑化・大規模化の傾向にあり、工事用資源の関係費用の工事費用に占める割合も高まってきている。このため、より効率的な資源運用を考慮した工程計画作成の開発が望まれている。しかし、従来のＰＥＲＴ系手法だけでは、工事用資源の投入量を考慮した総合的なコストの低減化を体系的に検討できないのが現状である[1]。

本研究においては、コストが最小となる工事用資源の最適投入量と最適スケジュールを、システマティックに求めることができるような最適工程計画モデルとその解法を開発した。すなわち、本研究グループがこれまでに行ってきた、工程ネットワークのトポロジカルな特性分析に関する研究の成果にもとづき、工程ネットワークにおける最適資源配分問題を、従来の方法とは全く異なった方法で定式化するとともに、定式化したモデル構造に適した最適解法の開発を行ったものである。

2．モデル構築上の前提

以下においては、まず、上述のような工程計画問題を理論的に取り扱っていく際の方針や、計画モデル構築上の前提を明確に定義する。

まず、本研究では、効率的な資源の運用をより一層追求するために、各作業に対する単位時間あたりの投入資源量を、従来のＰＥＲＴ系のネットワークプランニング・スケジューリング問題のように一定値とはせず、計画変数として取り扱うこととした。

また、資源投入に伴う必要コストは、投入資源量が全工程を通して一定であると仮定し、工事全体における延べ使用資源量に比例するコストと、工事全体における延べ投入資源量に比例するコスト、ならびに、これらに無関係な固定費用の和によって構成される、と考えることとした。しかし、延べ使用資源量に比例するコストと固定費用は、スケジュールによって変化しない固有なものであるため、延べ投入資源量に比例するコストのみを考慮した。また、この工程全体を通しての投入資源量と工期の積に比例するコストを考慮すると、延べ投入資源量から、固有な値である延べ使用資源量を差し引いた延べ遊休資源量に比例するコスト、すなわち、総遊休費用を最小化するような工事用資源の最適投入量と最適スケジュールとの同時決定問題に帰着する。

3．モデルの定式化

（１）工程ネットワークのトポロジカルな特性をベースとしたモデルの構造

本研究では、これまでのＰＥＲＴ系ネットワークプランニング・スケジューリング問題の最適解法に関する研究を行う過程[2]の中で、工程ネットワークのトポロジカルな特性分析を進めた結果、以下に示すような研究成果を得た。

すなわち、その特性分析では、建設工事の施工に必要なすべての作業群とそれらの作業間の順序関係で規定される工程ネットワーク構造を以下に示すような方法で、別の等価な表現として示すことができることを発見した。

そこでは、まず、同時実施可能作業群であるカット集合と連続実施作業列であるルート集合の間の関係構造を求めてみた。この結果、工程ネットワークの作業間順序関係と等価な関係構造が存在することを発見した。すなわち、カット集合とルート集合の間の関係構造が、トポロジカルな関係として、元の工程ネットワークの作業間順序関係に変換されるメカニズムが存在することを明らかにした[3]。このような関係は、以下に示すような最適解法の開発を可能とした。

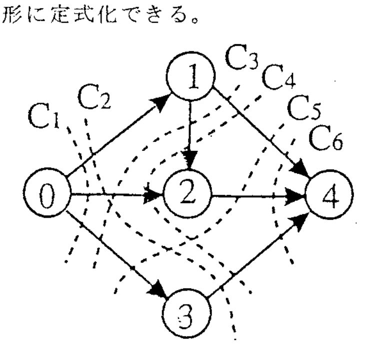
Mamoru HARUNA、Susumu NAMERIKAWA、Yoshio SAKURAI、Takeo ITO

すなわち、各種のＰＥＲＴ系のネットワークプランニング・スケジューリング問題が、このトポロジカルな関係のもとで、ルートとカットをベースとする新たな計画変数の導入に繋がり、従来とは異なったアプローチを可能としたのである。つまり、個々のカットを結合点としたカット間の順序関係を表すカットネットワークを用いることにより、ＰＥＲＴ系の各種の問題が、カットネットワーク上の最適資源問題として定式化できるようになり、さらにＤＰその他の手法を適用した最適解法の開発も可能となったのである。

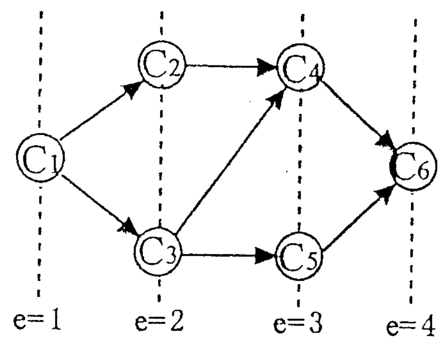
以上のような研究成果をベースとして、本稿で取り扱っているような遊休費用の最小化とする工事用資源の最適投入量と最適スケジュール同時決定問題を眺めてみると、当然のことながら、工程ネットワークを対象としたネットワークプランニング・スケジューリング問題である。したがって、問題をカット集合とルート集合とのトポロジカルな関係として変換できることは明らかである。以下においては、上述の考え方に従った問題の定式化と、ＤＰを用いた最適解法について述べていくこととする。

（２）カットネットワークにおける資源配分問題の定式化とＤＰを適用した最適解法

図－１に示すようなネットワークに対して、図－２のようにカットネットワークを作成し、イニシャルレベルを設定し、遊休費用を資源の投入量と工期の関数 $C^L(S, \lambda)$ と表すこととする。このとき、関数 $C^L(S, \lambda)$ は、カットネットワークにおけるレベルを用いて式(3.1)のように分解できる。したがって、遊休費用を最小化する工事用資源の最適投入量・最適スケジュールの同時決定問題として、次式のような形に定式化できる。



図－１　ネットワークにおけるカット



図－２　カットネットワークのレベル設定

Minimize

$$C^L(S, \lambda) = \sum_{e=1}^{N} c_e^l(\max_{1 \le e \le N} S_e, \lambda_e) \qquad (3.1)$$

$$S_e = S_e(M_e^1, \cdots, M_e^R) \qquad (3.2)$$

Subject to

$$\max_{1 \le e \le N} S_e = S \qquad (3.3)$$

$$\sum_{e=1}^{N} \lambda_e = \lambda \quad (\lambda^{min} \le \lambda \le \lambda^{max}) \qquad (3.4)$$

$$\sum_{e=1}^{N} M_e^k = M^k \quad (k=1, \cdots, R) \qquad (3.5)$$

ここで、

S；工事用資源の投入量ベクトル($S=(S^1, \cdots, S^m)$ S^i；資源 i の投入量)、λ；工期、λ^{min}；工期の下限値(ここでは、すべての作業が最短で終了する所要日数でかつ最早開始時刻にスタートしたときの工期と考える)、λ^{max}；工期の上限値(ここでは制約工期と考える)、e；カットネットワークにおけるレベル($e=1, \cdots, N$)、$c_e^l()$；レベルeのカットにおいて最大の単位時間あたりの必要資源量ベクトル($S_e=(S_e^1, \cdots, S_e^m)$ S_e^i；レベルeのカットにおいて最大の単位時間あたりの資源iの必要資源量)、λ_e；レベルeのカットに配分される所要時間、M_e^k；レベルeのカットにおいてルートkに配分される投入資源量ベクトル($M_e^k=(M_e^{k1}, \cdots, M_e^{km})$、$M_e^{ki}$；レベル$e$のカットにおいてルート$k$に配分される資源$i$の資源量)、
M^k；ルートkへの延べ投入必要資源量ベクトル($M^k=(M_e^{k1}, \cdots, M_e^{km})$；ルート$k$への延べ投入必要資源量)である。

なお、式 (3.1) は遊休費用の最小化であり、式(3.2)は任意のカットで最低限必要な資源の投入量

S_eがそのカットにおいて各ルートに配分される資源量の関数となることを表している。また、レベルeのカットにおける遊休費用は、式(3.6)のようにして求められる。

$$C_e^{1}(\max_{1\le e\le N} S_e,\ \lambda_e)=$$
$$\sum_{j=1}^{m}\left\{\max_{1\le e\le N} S_e^{i}\cdot\lambda_e-\sum_{j\in P_c}\left[\frac{\sum_{k=1}^{R} a_{kj}\cdot M_e^{ki}}{\sum_{k=1}^{R} a_{kj}}\right]\right\}\cdot c_i^2 \quad (3.6)$$

ここで、

j；作業、P_c；カットCに含まれる作業集合、a_{kj}；ルート行列の構成要素（1or0）、c_i^2；資源iの存置費用

である。

続いて、制約条件式(3.3)は、投入資源量が工程を通して一定であるという過程より、必要投入資源量の最大値が当該工事の資源の投入量を決定することを示す。また、式(3.4)は各カットに配分される所要日数の総和が工期の上・下限値の範囲内でなくてはならないという条件を表している。さらに、作業jへの資源iの延べ投入必要資源量W_{ij}が確定値であるから、明らかにルートkへの延べ投入必要資源量M^kも確定値である。このため、式(3.4)のような資源量に関する配分条件が設定される。

以上がモデルの定式化であるが、その内容からも明らかなように、この問題を解くためには、式(3.2)の値S_eを求める必要がある。いま、上述の定式化を上位ユニットと考えれば、S_eの値を求める機能を持つ下位ユニットに上位ユニットが与えられる情報は$(M_e^1, \cdots, M_e^R)$およびλ_eとなる。ここで、$(M_e^1, \cdots, M_e^R)$ならびにλ_eは、

$$j\in C_e \cap j\notin C_{e+1} \quad (C_e \prec C_{e+1}) \qquad (3.7)$$

の条件を満たすような作業(郡)が現在カットC_eまでに確実に終了する範囲で与えられる。

このとき、明らかに下位ユニットでは、必要資源量$(M_e^1, \cdots, M_e^R)$と所要時間λ_eとして与えられた入力情報のもとで、現在のカットC_eに含まれる作業の実施を保証できる最小の投入量を求めるため、以下のような部分問題を解くことが要求される。すなわち、ここでは、この部分問題を各ルートの資源量を各単位時間に割り付けるための最適資源配分問題として、次のように定式化する。

Minimize

$$(M_e^1, \cdots, M_e^R)=\max_{1\le t\le \lambda_e} s_{et}(M_{et}^1, \cdots, M_{et}^R) \quad (3.8)$$

Subject to

$$\sum_{t=1}^{\lambda_e} M_{et}^k = M_e^k \quad (k=1, \cdots, R) \qquad (3.9)$$

ここで、

s_{et}；レベルeのカットにおける単位時間tの必要資源量ベクトル($s_{et}=(s_{et}^1, \cdots, s_{et}^m)$　s_{et}^i；レベルeのカットにおける単位時間tの資源iの必要資源量)、M_{et}^k；レベルeのカットにおける単位時間tにおいてルートkに配分される投入資源量ベクトル($M_{et}^k=(M_{et}^{k1}, \cdots, M_{et}^{km})$；レベル$e$のカットにおける単位時間$t$においてルート$k$に配分される投入資源量)

である。

ここで、式(3.8)は上位から与えられる入力情報のもとで最低限必要となる資源の投入量を表している。すなわち、ここでは、各単位時間での投入量が一定であることを仮定しているので、この投入量が最も資源を必要とする時間断面によって決定されることとなる。なお、このとき$(M_{et}^1, \cdots, M_{et}^R)$は、式(3.7)の条件を満たす作業(群の少なくとも１つ)が必ず実施しているパターンである。また、式(3.9)は、各ルートに投入される資源量の配分条件である。

さらに、この部分問題の定式化における資源配分問題としての分解が、カットC_eでは次のような状態になる。つまり、カットC_eが工程ネットワークの始点から終点への順方向(同一方向)に向かう作業のみで構成されており、作業の実施がカットC_e上の時間の流れに沿って行われているため、この部分問題は、ＤＰの基本原理である最適性の原理が適用でき、評価関数を次のような繰り返しの関数方程式に変換することができる。

$$S_{e\lambda 1}(M_e^1, \cdots, M_e^R)=s_{e\lambda 1}(M_e^1, \cdots, M_e^R) \qquad (3.10)$$

$$S_{e\lambda e}(M_e^1, \cdots, M_e^R)$$
$$=\min_{0\le M_{e\lambda e}^k\le M_e^k}\Big[\max\{s_{e\lambda e}(M_{e\lambda e}^1, \cdots, M_{e\lambda e}^R),$$
$$S_{e\lambda e-1}(M_e^1-M_{e\lambda e}^1, \cdots, M_e^R-M_{e\lambda e}^R)\}\Big] \qquad (3.11)$$

以上の説明からわかるように、この変換によってＤＰを適用して部分問題を解くことが可能となる。このとき、下位ユニットは必要資源量$(M_e^1, \cdots, M_e^R)$、および所要時間λ_eのもとでの最小値$S_e(M_e^1, \cdots, M_e^R)$の情報の双方を上位ユニットにフィードバックする。以上のようなイテレーションをすべてのカットに対して行うことにより、上位ユニットの全体問題の最適解を求めることが可能となる。

ここで、全体問題は、この問題がフィードバックのないシステムとしてのカットネットワークでの資源配分問題として設定されているので、上述の部分問題同様、最適性の原理を適用することができ、以下のような繰り返しの関数方程式として変換することができる。

$$C_1^L(S, \lambda) = c_1^L(S, \lambda) \tag{3.12}$$

$$C_N^L(S, \lambda) = \min_{\substack{0 \le S_N \le S \\ 0 \le \lambda_N \le \lambda \\ (\lambda^{min} \le \lambda_i \le \lambda_i^{max}) \\ 0 \le M_N \le M}} \{ c_N(S_N(M_e^1, \cdots, M_e^R), \lambda_N) + c_{N-1}(max(S_N(M_N^1, \cdots, M_N^R), S_{N-1}(M^1 - M_N^R, \cdots, M^1 - M_N^R)), \lambda - \lambda_N) \} \tag{3.13}$$

以上に述べてきたように、最適解法として、ＤＰを適用することにより、最小遊休費用ならびに資源の最適投入量、最適工期を厳密に求めることができる。さらに、そのときのスケジュールは、全体問題で最適解となった部分問題の決定変数ベクトルの合成を行うことによって、容易に表現できる。なお、本モデルの例題への適用計算については、紙面の都合上、発表時に示すこととする。

４．おわりに

本研究においては、まず、工事用資源の投入量を考慮したコスト最小の工程計画問題が、各作業の延べ投入必要資源量一定、および全工程を通した当該プロジェクトへの投入資源量一定の前提条件のもとで、総遊休費用を最小にする資源の最適投入量と最適スケジュールの同時決定問題に帰着できることを示した。さらに、この問題を、工程ネットワーク構造のトポロジカルな特性を効果的に活用して定式化した最適化モデルとして表すとともに、カットネットワークにおける最適資源配分問題へと変換することにより、ＤＰを適用した最適解法を求めることが可能となった。

特に、この定式化に関する検討過程において、本モデルの構造が、最小遊休費用を求める上位のユニットとしての全体問題と、次のような下位の部分問題によって表されることを明らかにした。すなわち、任意のカットにおいて部分問題を構成し、これによって各ルートに配分する資源量およびそのカットに配分する所要時間を求めるとともに、入力情報として最小の投入量を求める。さらに、この投入量の情報を、全体問題にフィードバックする、というような一連の役割を持つ部分問題を構成し、全体問題が階層型モデルとなることを明らかにした。

また、より実際のプロジェクトに近い形で本モデルの分析を行うためには、各作業における資源の種類の変更によるコストの変動を分析し、工期・投入資源量・トータルコストの相互関係を把握する必要があると考えられる。そこで、今後は、実験計画法を用いいることにより、計画者にとっての有効な情報となりうる工事用資源を媒介とした工程と工事費用との関係の把握を試みることとする。

【参考文献】

1)春名攻，滑川達，櫻井義夫：工事用資源の最適投入量決定問題に関する理論的研究，建設マネジメント研究・論文集vol.5，土木学会建設マネジメント委員会，1997

2)例えば，春名攻，山田幸一郎，滑川達：PERT/MANPOWER問題の最適解法に関する開発研究，建設マネジメント研究・論文集vol.2，土木学会建設マネジメント委員会，1994

3)春名攻，滑川達：ネットワーク工程表の構造特性分析と最適工程計画モデル構築に関する理論研究，建設マネジメント研究・論文集vol.4、土木学会建設マネジメント委員会，1996