第IV部門　　流域下水道整備事業の共同方式とその費用配分方法に関するゲーム理論的研究

水資源開発公団　　正員　○高野 浩一　京都大学防災研究所　正員　岡田 憲夫
京都大学防災研究所　正員　多々納 裕一

1　はじめに　我が国の社会システムにおいても近年,「分権化」が進められつつある．このような変革に際して，流域下水道整備事業の計画をはじめとした公共事業においても，今後は分権的な計画の枠組みが要請されてくるであろう．本研究では，このような施設整備における「効率性を保証する自発的な意思決定システム」の検討を目的とし，ゲーム理論を援用した分析方法の提案を行う．

2　協力構造と物理的ネットワーク　本研究では，ゲーム理論における「協力構造 (cooperation structure)」に着目する．協力構造は 2 主体間の 1 対 1 の協力関係の集合であり，グラフとして表現される．まず，想定する全ての主体の集合を N と定義する．たとえば，$N=\{A,B,C\}$ として「主体 A と B, B と C の間に協力関係がある場合」,「全ての 2 主体間に協力関係がある場合」の協力構造を図式化すると図 1 (a), (b) のようになる．

(a) 一部の 2 主体間に協力関係がある協力構造　(b) 全ての 2 主体間に協力関係がある協力構造

図 1 協力構造の例

ここで，協力構造を表すグラフ（協力構造グラフ）g の数学的表現を示そう．N の構成員 i, j が互いに直接的な協力関係にあるとき，i と j の間にリンク (ij) を描くことでそれをグラフとして表現する．すなわち，協力構造は N 内に存在する線分 (ij) の集合として与えられるグラフ g として定義される．ノード集合 N の下で，可能な全ての協力構造グラフを完全グラフ g^N と呼ぶことにすれば，g^N は次式で定義されるから，

$$g^N=\{(ij)|i,j\in N, i\neq j\} \tag{1}$$

N の構成員間のグラフ g は g^N の部分集合として以下のように定義される．

$$g\subseteq g^N \tag{2}$$

さらに，グラフ g の集合を $\mathcal{G}$ とすれば，$\mathcal{G}$ は，

$$\mathcal{G}=\{g|g\subseteq g^N\} \tag{3}$$

のように定義できる．

協力構造 g の下でサブグループ S $(S\subseteq N)$ 内の協力構造を与える部分グラフを $h(S,g)$ と表記し，以下のように定義する．

$$h(S,g)=\{(ij)|i,j\in S,(ij)\in g\} \tag{4}$$

部分グラフ $h(S,g)$ において，$i,j\in S$ について $(ij)\in h(S,g)$ であるか，$(ik_1),(k_1k_2),\ldots,(k_lj)$ となる $k_1,k_2,\ldots,k_l\in S$ が存在するならば，$h(S,g)$ において i, j は「S 上で連結されている (connected)」という．i, j が連結されているとき，i, j は直接的，または間接的にサブグループ S 内で協力関係にあることを示している．提携構造 (coalition structure) を，協力構造 g によって連結されている主体の集合 $S^j(g)$ による N の分割 N/g として定義する．$S^j(g)$ は N 上で主体 j と直接または間接的協力関係にある主体の集合であり，次式で与えられる．

$$S^j(g)=\{i|i \text{ and } j \text{ are connected by } g, i\in N\} \tag{5}$$

このとき，N 内の提携構造 N/g は次式で与えられる．

$$N/g=\{S^j(g)|j\in N\} \tag{6}$$

本研究では，協力構造におけるノード（主体）を「地域」として解釈する．物理的ネットワークは協力構造グラフに対応して定義される．物理的ネットワークは，提携 S の上に定義されるグラフ構造をとる．S 上のグラフ構造を $f(S)$ と定義し，これを物理的ネットワークと呼ぶ．実現可能な $f(S)$ の集合を $\mathcal{F}(S)$ と定義する．$f(S)$ におけるノード，リンクは，物理的ネットワークにおいてそれぞれ,「地域」,「地域間の下水輸送の関係」と解釈される．

協力構造グラフ g は，N/g により提携構造を規定する．いま $S\in N/g$ となる提携 S を考えよう．提携 S は，S 内に含まれる全ての地域が少なくとも間接的には協力関係にあることを意味しており，この S に対応して費用 $C(S)$ が定まるものとする．その上で，

Koichi TAKANO, Norio OKADA, Hirokazu TATANO

S 上に実態としての施設より構成される物理的ネットワーク $f(S)$ を一意的に対応づけることを考える．このような対応づけの方法は無数に存在するが，提携が個別の地域の配分費用の最小化行動の一環として形成されていることを考慮すれば，提携 S によって条件づけられる費用を最小とするネットワークを対応づけることが合理的であろう．このような協力構造と物理的ネットワークの関係を図2に示す．

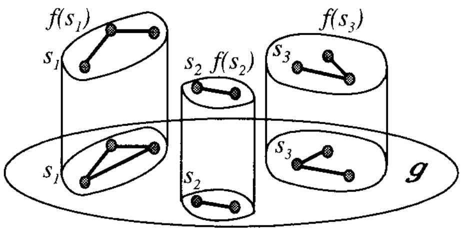

図2 協力構造と物理的ネットワーク

そこで，まず水資源の輸送量，および地理的条件は与件であるとする．このとき，提携 S に対して定まる，最も効率的な物理的ネットワークの建設費用 $C(S)$ は，物理的ネットワーク f を有するサブグループ S 内の建設費用の和を $c(f,S)$ として，

$$C(S) = \min_{f \in \mathcal{F}(S)} c(f,S) \tag{7}$$

と定義される．このとき，S について最も費用効率的となる物理的ネットワーク $f^E(S)$ は，$f^E(S) = \arg\min_{f\in\mathcal{F}(S)} c(f,S)$ と与えられるとすると，$C(S)$ は，$C(S) = c(f^E(S),S)$ となる．なお，このように定義された費用関数は，必ず劣加法性を満たす．

3 物理ネットワークの自発的形成ルール

本研究では費用配分ルールとして，Myerson value [1] を導入する．これは，協力構造グラフ g に対して主体（地域）i の費用配分額 $W_i(C,g)$ を対応づける費用配分ルールであり，次の2条件を満たす．

$$\sum_{i\in S} W_i(C,g) = C(S) \ (\forall S \in N/g) \tag{8}$$

$$W_i(C,g) - W_i(C,g-(ij)) =$$
$$W_j(C,g) - W_j(C,g-(ij)) \ (\forall (ij) \in g \in \mathcal{G}) \tag{9}$$

(8) 式による配分概念は「component balance」と，(9) 式による配分概念は「equal bargaining power」と呼ばれる．なお，g^N における配分解は，費用関数 C におけるシャプレイ値に一致する．また，費用関数が劣加法的である場合，(10) 式が常に満たされる．

$$W_i(C,g) - W_i(C,g-(ij)) =$$
$$W_j(C,g) - W_j(C,g-(ij)) \leq 0 \ (\forall (ij) \in g \in \mathcal{G}) \tag{10}$$

すなわち，協力関係の形成により当該2地域にとって配分費用増とはならないことが保証される．したがって，S に含まれる全ての地域は，費用関数値 $C(S)$ として実現可能な最小限の額として与えることへのインセンティブを持つことになる．

次に，2地域間の協力関係の形成・解消は，次のように行われるものとする．2地域間の協力関係の形成は，当該2地域の合意によってのみ行われ，解消は，当該2地域のうち，一方の地域の意思で自由に行うことができる．その上で，本研究では均衡概念として，「weak stability」[2] を導入する．weak stability は coalition-proof Nash equilibria とも呼ばれる．詳細な定義は割愛するが，本研究で定義した費用関数・配分ルールの下では，weakly stable となる協力構造 g^* は，協力関係の維持により当該2地域にとって自らの配分費用の軽減が保証される．したがって，このような協力関係は自発的に形成されていく．つまり，g^* では，協力関係 $(ij) \in g^*$ について，全ての $g \ni (ij)$ に対して，$W_i(C,g) \leq W_i(C,g-(ij))$，$W_j(C,g) \leq W_j(C,g-(ij))$ が満たされる．本研究で定義した費用関数・配分ルール（Myerson value）において，g^N は必ず weakly stable である．複数均衡となるときも，g^* に対する配分解は $W(C,g^N)$ に一致する．

以上まとめると，以下の命題が得られる．

(1) 本研究で定義した費用関数，配分ルール（Myerson value）を用いれば，weakly stable な協力構造グラフは必ず存在する．

(2) そのときの配分解は，$W(C,g^N)$ に一致する．

(3) g^N において建設される物理的ネットワーク $f^E(N)$ は，N の下で最も効率的である．

本研究ではさらに，流域下水道整備事業を対象としたモデル分析を行ったが，その結果については，紙幅の都合上，講演時にゆずる．

4 おわりに

本研究では，ネットワーク型水資源施設整備の自発的な形成のための費用配分ルールの提案を行った．今後は，時間軸の考慮，外部性の取り扱い方などの問題を検討して行きたい．

[参考文献] 1) Myerson,R.B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, pp.225-229, 1977. 2) Dutta,B. and Mutuswani,S. : Stable Networks, J. Economic Theory **76**, pp.322-344, 1997.