

京都大学大学院 正会員 ○秀島 栄三
 京都大学大学院 正会員 小林 潔司
 京都大学大学院 学生員 横松 宗太

1. はじめに

近年、行財政部門の地方分権化が検討されている。都市施設の整備については規模の経済性により複数の地域が連携することがしばしば効率的となるが、個々の地域にとっては他地域からのスピルオーバーを見込んで何もしない（フリーライド）方が望ましい場合もある。また連携に加わる際には自地域が有利となるように相手を選ぶであろう。ここに都市施設を公共財とみなし、地域をプレイヤーとするゲーム的狀況が見出される。都市施設整備における地域間の連携は、公共財供給ゲームにおける「提携」とみなすことができる。本研究ではゲームの結果として生成される提携を絞り込むために「提携の安定性」を定義する。そして閉鎖水域における水質改善施設の整備を例として安定的な提携を導出し、これに関して考察を加える。

2. 提携の安定性

公共財の費用分担問題については協力ゲーム理論のもとづく費用配分法に関する研究が行われている。協力ゲーム理論では「拘束的協定」、すなわち全プレイヤーによるゲーム（全提携）から誰も逸脱することがないことを前提としている。この想定は費用関数が劣加法性を満たす等の条件下では妥当だが、一部のプレイヤーが「部分提携」を形成した方が彼らの利得を最大化できるならば「全提携」を形成する動機を失うだろう。本問題では、提携の内部では何らかの費用配分ルール（例えばシャプレイ値など）に従わなければならないが、提携する相手の選択に関しては自由な意思決定を行うことができるものとする。個々の自由な意思決定に基づく選択の合理的な結果は非協力ゲーム理論におけるナッシュ均衡として示すことができる。各プレイヤーが事前に協議できるならば、ナッシュ均衡が複数存在する場合、その中でいずれのプレイヤーもそこから逸脱する動機をもたないものが安定的な解であるといえる。Bernheimらはこのような観点から非協力ゲームにおける安定的な均衡概念として Coalition-proof Nash equilibrium を提案している¹。本問題では所定の費用配分ルールの下で coalition-proof の観点から安定的な提携を求めることとする。以下にその定義を行う。

$n(\geq 2)$ 地域全体である公共財を整備する問題を考えよう。 $W(x_1, \dots, x_n)$ を地域 i の社会的厚生関数と

する。 x_i ($i = 1, \dots, n$) は地域 i の貢献量である。 $W_i(x_1, \dots, x_n)$ は地域 i の地域住民が他の地域における戦略に関する影響を受けることを示す。 $P_i(s)$ は提携 s に加わった時に得られる利得、 $Q_i(s)$ は提携に加わらなかった時に得られる利得を表す。さらに $P_i(\phi)$ ($i = 1, \dots, n$) はどの地域も提携に加わらない非協力的な状況の下で地域 i が獲得可能な利得を、 $P_i(S)$ ($i = 1, \dots, n$) は全地域が提携を組んだ場合に地域 i が獲得可能な利得を表す。ここでは費用負担ルールは外生的に与えられているとする。

複数の代替的な提携の中には実現の可能性に乏しいものもあるだろう。この場合、ある提携 s の安定性を検討するために用いる提携のパターンを自己拘束的 (self-enforcing) な提携のクラスに限定するという方法が考えられる。ある提携 s が、自己拘束的なすべての提携に対して自分自身をブロックできる場合、提携 s は coalition-proof stable であると定義する。しかしながら自己拘束性 (self-enforceability) の概念を定義しようとすると coalition-proofness の定義を使わざるを得ずここに無限後退の危険性がある。そこで自己拘束性と coalition-proof stability を以下のように帰納的に定義する。

n 人ゲームの coalition-proof な提携は以下のように定義される。

1. $m = 1$ の時、提携 $s = \phi$ は coalition proof である。
2. $m > 2$ の時、 m 人未満のゲームにおいて coalition-proof なすべての提携 J の集合 Ω_m が定義されたとしよう。 n 人の中から m 人を抽出したすべての m 人ゲームを考える。それぞれの m 人ゲームに対して以下の操作を行う。
 - ある m 人ゲームにおいて、あらゆる coalition $J \in \Omega_m$ に対して当該の m 人ゲームのある提携 s が coalition-proof であるとき、 s はその m 人ゲームにおいて自己拘束的である。
 - ある m 人ゲームにおいて、提携 s が自己拘束的で、また他に $P_i(s) - D_i(J) < 0$ とするような自己拘束的な提携 $J \in \Omega_m$ がない場合、 m 人ゲームにおいて s は coalition-proof である。
3. 以上の操作を $m = n$ になるまで繰り返す。

協力ゲームにおける提携安定性に関してはCarraro²⁾、Myerson³⁾らがそれぞれ異なる概念を提案している。Carraroによる安定性の概念は、単独の地域（プレイヤー）が提携から逸脱または加入する誘因を持つか否かに着目したものであるが、本研究のCoalition-proof Stabilityの方がそれより強い安定性の条件となる。

3. 水質改善施設の整備

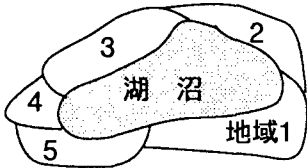
都市施設の例として閉鎖水域における汚濁物質の除去施設を取り上げる。沿岸の5地域*i*(= 1, 2, ..., 5)が社会的厚生を高めるためにはある程度の汚濁物質の排出は避けられない。しかし他方、自然環境の悪化、またそれを除去するための費用といった不利益が生じる。一部の地域は費用の負担を免れようとする可能性もある。各地域は汚濁物質の排出を不可避免的とする生産活動に対して一定の効率性を確保した上で自地域の環境悪化と排出物質の除去費用という負の社会的厚生を最小化させるように行動を決定するであろう。地域*i*の負の社会的厚生*W_i*は除去費用*C_i*と環境ダメージ*D_i*からなる。

$$W_i = -C_i - D_i \rightarrow \max \tag{1}$$

$$C_i = \frac{1}{2} a_i (e_i - x_i)^2 \tag{2}$$

$$D_i = b_i \sum_{j=1}^5 x_j \tag{3}$$

x_i[ppm]は地域*i*による汚染物質の排出量、*e_i*[ppm]は地域にとって社会的最適な排出量、*a_i*、*b_i*はそれぞれ除去、環境悪化の限界費用にかかるパラメータであり、地域によって値は異なる（表参照）。



地域 <i>i</i>	1	2	3	4	5
<i>e_i</i> [ppm]	800	100	100	600	100
<i>a_i</i> [10 ⁶ yen/ppm ²]	2	2	2	2	2
<i>b_i</i> [10 ⁶ yen/ppm]	2	2	2	2	6

地域*i*が除去に協力しない場合、負の社会的厚生は*D_i*のみとなる。排出量は他地域の行動に対する最適反応にもとづく。地域*i*の排出量は次のようである。

$$x_i = e_i - \frac{b_i}{a_i} \tag{4}$$

地域*i*が除去施設の整備に参加する場合、提携内の総排出量を提携外の地域の戦略と与件とした提携内の社会的厚生最大化問題により求める。これにより提携外の

地域の戦略に対する提携全体の最適反応が求まる。それぞれの提携構造の下でナッシュ均衡解を求めることにより各提携に対応する特性関数（ここでは負の社会的厚生）が求まる。その上で所定の配分ルールに従い、個々の地域の排出（配分）量を決定する。この場合、環境悪化は協定にしたがって除去が行われた分だけ緩和される。

配分ルールとしてシャブレイ値とナッシュ交渉解を用い、両者を比較してみよう。それぞれの定義は以下の通りである。

・シャブレイ値に基づく負担配分量

$$x_i^* = \sum_{i \in S \subseteq N} \frac{(n-s)!(s-1)!}{n!} \{C(S-i) - C(S)\} \tag{5}$$

ただし*C*(*S*)は提携*S*の費用特性関数、*s*は提携*S*のメンバー数を表す。

・ナッシュ交渉解に基づく負担配分量

$$(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = \operatorname{argmax}_{S \subseteq N} \prod_{i \in S} \{C(S) - \sum_{i \in S} x_i\} \tag{6}$$

ただし $\sum x_i = C(N)$ である。

本数値事例における結果としてシャブレイ値では{1, 2, 5}、{1, 3, 5}、{1, 4, 5}、{2, 3, 5}、{2, 4, 5}、{3, 4, 5}が安定的であった。ナッシュ交渉解の場合には上記のうち{1, 2, 5}が安定的でなくなった。地域5が含まれる提携は安定的になりやすい。地域5は他地域からの環境悪化の影響を強く受けており、連携による負の厚生減少がその他の地域に比べて大きいためと考えられる。

またこのように配分ルールに依存して結果として形成される提携が異なる。これは配分ルールとして何を採用するかという問題もまた地域間のゲームとなりうることを示唆している。

4. おわりに

本研究では、分権下にある地方自治体が都市施設を整備する場面に注目し、自発的に形成される地域連携の安定性について分析を行った。本研究の結果を用いることにより地域間の所得移転や上位政府の補助金による提携拡大に関する政策立案を行うことができるだろう。本稿では数値事例を示すにとどまっているが今後特性関数の性質が提携構造に及ぼす影響等について一般的知見を導きたい。

参考文献

1)Bernheim, B.D., et.al., Coalition-Proof Nash Equilibria I. Concepts, Journal of Economic Theory 42, pp.1-12, 1987. / 2)Carraro, C., International Environment Negotiations - Strategic Policy Issues, Edward Elgar Publishing Ltd, UK, 1997. / 3)Myerson,R.B., Graphs and cooperation in games, Mathematics of operation research, 1977.