

京都大学大学院 正会員 小林俊一
 京都大学大学院 学生会員 ○ 小泉智之

1. はじめに 繰返し荷重を受ける構造物の支持力特性を評価する方法として、著者らは弾完全塑性地盤を対象にメランの定理に基づいたシェイクダウン解析を行ってきた [1][2]。ここでは、さらに地盤材料のひずみ硬化・軟化あるいは移動硬化特性を考慮した支持力評価法として、メラン-セラディーニの定理に基づくシェイクダウン解析について基礎的な検討を行ったので報告する。

2. 定式化 弾完全塑性体に対するシェイクダウン解析の静力学定理であるメランの定理を様々な弾塑性材料に拡張した定理としてメラン-セラディーニの定理が知られている [3][4]。問題を空間離散化し、各積分点の応力、ひずみを $\underline{\sigma}$, $\underline{\epsilon}$ 、各節点の変位、荷重を $\underline{u}$, $\underline{F}$ とおくと、釣合式、変位-ひずみ関係はそれぞれ式 (1),(2) と書ける。また区分的線形の降伏関数、式 (3) を導入する。 $\underline{N}$ は応力空間内の降伏面の法線ベクトル、 $\underline{H}$ は硬化係数、 $\underline{K}$ は初期降伏強度に相当する。 $\underline{\lambda}$ ($\underline{\lambda} \geq 0$) は塑性係数であり、関連流れ則を通して塑性ひずみ $\underline{\epsilon}^P$ と式 (4) の関係がある。応力 $\underline{\sigma}$ 、ひずみ $\underline{\epsilon}$ 、変位 $\underline{u}$ は、系を弾性体と仮定した時の弾性解 (上添字 E)、残留応力に關係する成分 (上添字 R)、塑性変形に關係する成分 (上添字 P) の和の形で式 (5) ~ 式 (7) と表される。シェイクダウン限界荷重は式 (8) を満足する最大の荷重係数 $\alpha_{\max}$ を求めることと等価である。ここで未知量は、 $\alpha, \underline{\sigma}^R, \underline{\lambda}, \underline{u}^P$ である。

$$\underline{C}^T \underline{\sigma} = \underline{F} \quad (1), \quad \underline{C} \underline{u} = \underline{\epsilon} \quad (2), \quad \phi \equiv \underline{N}^T \underline{\sigma} - \underline{H} \underline{\lambda} - \underline{K} \leq 0 \quad (3), \quad \underline{\epsilon}^P = \underline{N} \underline{\lambda} \quad (4), \quad \underline{u} = \underline{u}^E + \underline{u}^R + \underline{u}^P \quad (7)$$

$$\underline{C}^T \underline{\sigma}^E = \underline{F}, \underline{C}^T \underline{\sigma}^R = 0, \underline{\sigma} = \underline{\sigma}^E + \underline{\sigma}^R \quad (5), \quad \underline{\epsilon}^E = \underline{E}^{-1} \underline{\sigma}^E, \underline{\epsilon}^R = \underline{E}^{-1} \underline{\sigma}^R, \underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}^E + \underline{\epsilon}^R + \underline{\epsilon}^P \quad (6)$$

$$\alpha_{\max} = \max\{\alpha | \alpha \underline{M} + \underline{N}^T \underline{\sigma}^R \leq \underline{H} \underline{\lambda} + \underline{K}, \underline{C}^T \underline{\sigma}^R = 0, \underline{C}^T \underline{u}^P = \underline{N} \underline{\lambda}, \underline{u}^P = 0 \text{ on } S_u\}$$

$$\underline{M} = \max\{\underline{N}^T \underline{\sigma}^E(t) | \underline{C}^T \underline{\sigma}^E(t) = \underline{F}(t), \underline{F}(t) \in \Omega\} \quad (8)$$

3. 繰返し偏心荷重を受けるウィンクラー地盤の支持力解析 バネによって支持された幅 $2L = 2$ の剛な基礎に一定の荷重 P で時間によって偏心量 $e = \xi(t)L$ ($-\xi^+ \leq \xi(t) \leq \xi^+, \xi^+ \geq 0$) が変動するような繰返し偏心荷重が載荷する場合の支持力問題を考える (図 1)。バネを等間隔に n 本配置し、その位置を $x_1 = -1, \dots, x_n = +1$ とする。本解析ではバネの本数を $n = 10$ とした。第 i 番目のバネの弾性応力解は式 (9) となる。各バネについて弾性応力 $\sigma^E(x_i, t)$ と残留応力 $\sigma^R(x_i)$ が降伏関数を破らない条件 (式 (10))、残留応力がゼロ外力に釣合う条件 (式 (11))、さらに剛な基礎であるために変形の条件として平面保持を仮定する (式 (12))。なお、 ϵ^E , ϵ^R は弾性係数 k により式 (13) で表される。また、塑性ひずみ ϵ^P は関連流れ則により式 (14) で表される。以上をまとめて、未知数を無次元化偏心量 ξ^+ 、残留応力 $\sigma^R(x_i)$ 、塑性係数 $\lambda(x_i)$ 、変形のパラメータ A, B とし式 (9) ~ (14) のもとで最大の偏心量 $\xi_{\max}^+$ を求め、シェイクダウン限界荷重を評価する。全く同様の手続きで単調載荷時の塑性限界荷重の評価も行。具体的には偏心量の範囲を $0 \leq \xi(t) \leq \xi^+$ として解析する。なお、これらの解は静力学的な条件のみならず変形の適合条件も満足しており正解であるといえる。

さて、対象としたモデルのバネの応力-ひずみ関係を図 2(a) ~ 6(a) に示す。解析で用いたパラメータの値は、 $\kappa = 1.5, H = k/2, H' = k/4$ とした。また、各バネモデルに対応する支持力曲面 (弾性限界、シェイクダウン限界、塑性限界) を図 2(b) ~ 6(b) に示す。支持力曲面は横軸に無次元化鉛直荷重 $p^+ = P/P_{\max}$ 、縦軸に無次元化モーメント荷重 $m^+ = (P \cdot \xi^+ L)/(P_{\max} \cdot 2L)$ をとって表す。ここに $P_{\max}$ は最大鉛直支持力 $P_{\max} = nk\sigma_0$ である。

Shun-ichi Kobayashi, Tomoyuki Koizumi

$$\sigma^E(x_i, t) = \frac{P\xi(t)}{s} x_i + \frac{P}{n} \quad \text{where } s = \sum_{k=1}^n x_k^2 \quad (9) \quad \phi \equiv \underline{N}^T(\sigma^E + \sigma^R) - \underline{H}\lambda - \underline{K} \leq 0 \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^n \sigma^R(x_k) = 0 \quad \sum_{k=1}^n x_k \cdot \sigma^R(x_k) = 0 \quad (11) \quad \epsilon^E(x_i) + \epsilon^R(x_i) + \epsilon^P(x_i) = Ax_i + B \quad (12)$$

$$\sigma^E = k\epsilon^E \quad \sigma^R = k\epsilon^R \quad (13) \quad \epsilon^P = \underline{N}\lambda \quad (14)$$

4. まとめ 弾塑性ウィンクラーバネに支持される剛基礎が繰返し偏心荷重を受ける場合の支持力特性についてシェイクダウン解析と極限解析を行った。その結果、線形のひずみ硬化、軟化、移動硬化特性を考慮した弾塑性バネにおいて、塑性限界荷重に対してシェイクダウン限界荷重が低下することが確認された。本解析で取り上げた問題では、いずれの弾塑性バネモデルに対しても有効に解析できることが分かった。

参考文献 1) 小林俊一ら, 第29回土質工学研究発表会, pp.1385-1386, 1994. 2) 関口秀雄ら, 第31回地盤工学研究発表会, pp. 1593-1594, 1996. 3) Maier, G. and Vitiello, E., Journal of Applied Mechanics, pp. 434-440, 1974. 4) Ceradini, G., Giorn. Genio Civile, pp. 239-250, 1969.

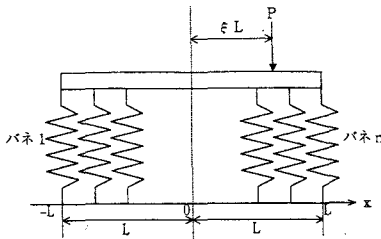


図1 対象とするウィンクラー地盤モデル

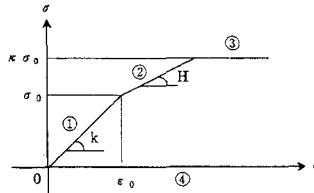


図2(a) 線形硬化弾塑性モデル

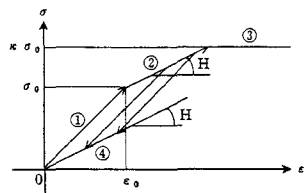


図3(a) 移動硬化弾塑性モデル

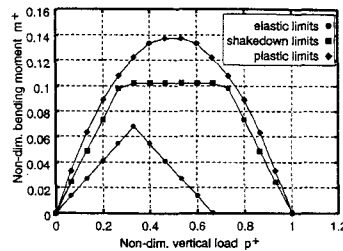


図2(b) 線形硬化弾塑性モデルの各種限界荷重

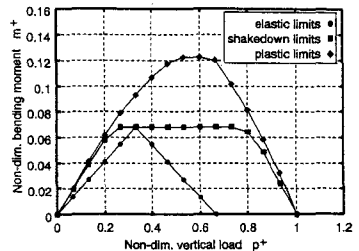


図3(b) 移動硬化弾塑性モデルの各種限界荷重

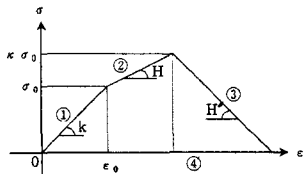


図4(a) 塑性硬化を考慮したひずみ軟化モデル

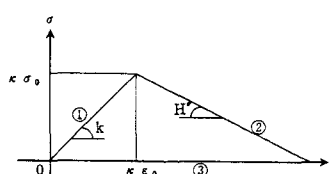


図5(a) ひずみ軟化モデル

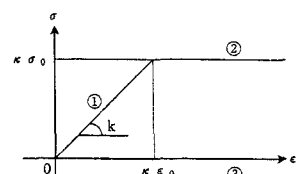


図6(a) 弾完全塑性モデル

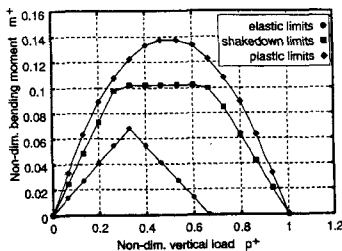


図4(b) 塑性硬化を考慮したひずみ軟化モデルの各種限界荷重

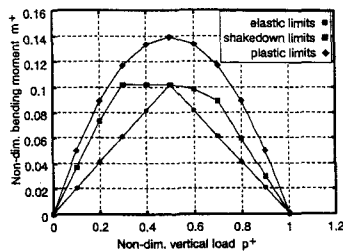


図5(b) ひずみ軟化モデルの各種限界荷重

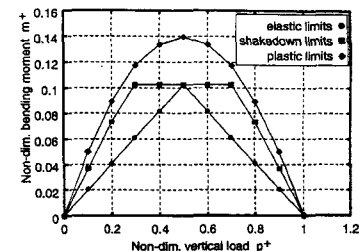


図6(b) 弾完全塑性モデルの各種限界荷重