

京都大学工学部研究科 正会員 田村 武  
京都大学工学部 学正会員 ○櫻井 義之

## 1.はじめに

土の挙動は複雑多岐にわたり、その解析は困難を極める。土の解析方法には、土全体を巨視的に捕らえて連続体と見る方法と微視的に個々の粒子の動きを追跡する方法の2つがある。後者は前者に比べ計算量が膨大になるという欠点があるが、より現実に近いモデル化といえる。最近のコンピュータの発展に伴い、後者の土を粒状体と見る方法が広く使われるようになってきた。そこで本研究では簡単な粒状体モデルを用い、要素間には粘着力  $C_p$  と摩擦角  $\phi_p$  によるせん断力が働くとして極限解析を行う。はじめに実験結果と数値解析の結果を比較し、解析方法の妥当性を示し、次にこのモデルの降伏曲面、塑性流れについて検討する。

## 2.解析方法

粒状体を剛体かつ等半径円形要素の集合体と仮定して図-1のように規則正しく並べる。角度  $\alpha$  は隣り合う要素の中心と水平面のなす角度で全体の配列を決めるパラメーターであり、図-6 のように  $\alpha$  が  $45^\circ$  に近づくほど疎になり、 $30^\circ$  で最も密になる。上下端を除く要素どうしおよび要素と壁の接触点は離れないという接触条件を設ける。問題は図-1 の右側の壁を左に変位速度  $\delta$  で移動させる場合の極限荷重  $P$  と要素の速度場を求ることである。図-2 のように床を  $60^\circ$  傾けてすべての要素に重力をかける場合の実験と比較する。簡単に要素2個のときを考える。図-3 のように要素1個につき  $x$  方向速度  $\dot{x}$ 、 $y$  方向速度  $\dot{y}$ 、回転速度  $\dot{\theta}$  の計3つの自由度が存在する。これらから接觸点1, 2, 3, 4における滑り速度  $\dot{s}_i$  が計算できる。また接觸点が滑るとき、これを妨げる方向に摩擦力が働く。この力をせん断抵抗力  $T_i$  と呼ぶことにする。 $\dot{s}_i$  と  $T_i$  を掛けたものをエネルギー消費というがこれは仕事率のことである。すべての接觸点におけるエネルギー消費を足しあわせたものがこの粒状体全体の内部で消費したエネルギー  $\sum T_i \dot{s}_i$  である。また外部からもたらされたエネ

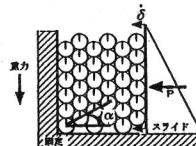


図-1 粒状体モデル



図-2 実験装置

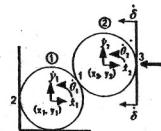


図-3 要素2個の自由度

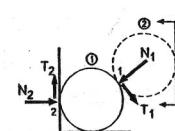
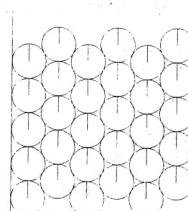


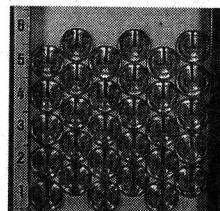
図-4 力のつりあい

表-1 材料定数

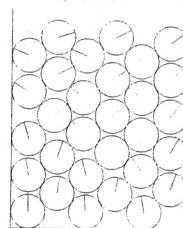
特性(単位)	記号	定数
要素の荷重(gf)	W	4.5
要素間の粘着力(gf)	$C_p$	1.0
壁と要素間の粘着力(gf)	$C_w$	2.0
要素間の摩擦角(°)	$\phi_p$	5.0
壁と要素間の摩擦角(°)	$\phi_w$	9.9
配列の角度(°)	$\alpha$	30.0



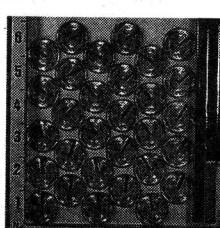
a1) 初期状態



a2) 初期状態



b1) 崩壊後



b2) 崩壊後

図-5 解析結果  
写真-1 実験結果

ルギー率は  $P$  と  $\delta$  を掛けたものなので、 $P\delta$  と  $\sum TiSi$  は等しいとおくことにより  $P$  の上界値が求められる。さらに上界法によって  $P$  を最小化することで極限荷重  $P^*$  と速度場が決まる。これは接触条件下での最小化線形問題なのでシンプレックス法を用いて数値解析を行った。この時、 $Ti$  は  $C_p$  としておく。速度場よりいくつかのせん断抵抗力  $Ti$  が求まる。接触点  $i$  のせん断抵抗力  $Ti$  は図-4 のような軸力  $Ni$  によって以下の式で決まる。

$$Ti = C_p + Ni \tan \phi_p \quad (1)$$

要素①のようにすべての要素のつりあい式を解くことで  $Ti$  と  $Ni$  は求まる。これを用いて再び  $P$  の最小化を行い、 $P$  が収束するまで繰り返す。また様々な配列  $\alpha$  や摩擦角  $\phi_p$  の設定の下で上部から応力  $\sigma_y$  をかけたときの極限応力  $\sigma_x$  とひずみ速度を計算し、図-7、図-8 に降伏曲面と塑性ひずみベクトルを描いた。

### 3. 解析結果

実験の要素には10円硬貨を用いた。解析に使用したパラメーターは表-1に示す。粘着力を除いてすべて実験値<sup>2)</sup>と一致させてある。図-5と写真-1に解析と実験の比較を載せる。要素間の隙間や回転から両者がほぼ一致しているといえる。図-7は図-6のa)モデルの降伏曲面と塑性ひずみベクトルを描いたものである。 $\phi_p$  が大きくなるにつれ、降伏曲面は広がり、弾性域が広がりより安全になっている。配列が同じならば  $\phi_p$  を変化させても塑性ひずみベクトルは一定となった。図-8は  $\phi_p$  は一定で配列  $\alpha$  を変化させた図である。 $\phi_p$  が小さい時、配列が変化しても降伏曲面とひずみ速度ベクトルは直交し、法線則を満たしていることがわかる。

### 4. 結論

解析と実験の一一致から本研究のモデルの妥当性を検証した。等半径円形要素の規則正しい配列の集合体において、個々の要素間の摩擦力が大きいと粒子全体の強度が増すことがわかった。また要素間の摩擦角が小さい時、法線則を満たし、関連流れ則が成立といえる。

### 参考文献

- 1) Takeshi Tamura and Yasuhiro Yamada : A RIGID-PLASTIC ANALYSIS FOR GRANULAR MATERIALS, SOIL AND FOUNDATIONS, Vol.36, No.3, pp.113-121 (1996)
- 2) 山田康弘：剛塑性解析による粒状体の荷重一変位関係について、京都大学修士論文(1997)

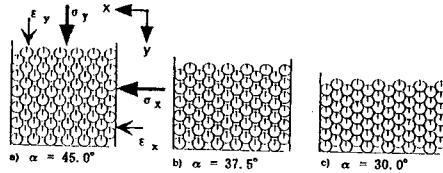


図-6 配列の異なるモデル

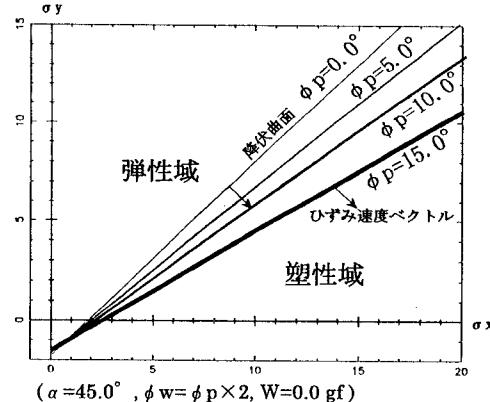


図-7 要素間摩擦角-降伏曲面

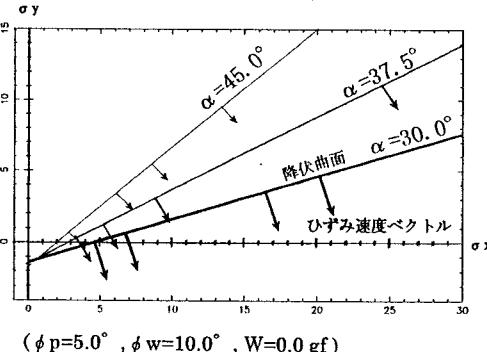


図-8 法線則