

神戸大学都市安全研究センター 正会員 川谷 健
 神戸大学工学部 正会員 齋藤 雅彦
 神戸大学自然科学研究科 学生員 ○新田 昭

1. はじめに

圧縮空気エネルギーの岩盤空洞内貯蔵や圧気工法の適用などにあって、飽和地盤への空気侵入過程や範囲を知ることは、貯蔵効率や工法の妥当性を評価する上で重要である。その一手法として、地盤内の気液 2 相流の数値解析があげられる。その基礎式は、水および空気の流れにダルシー則を適用して導かれ、間隙水圧および空気圧を従属変数とする 2 つの偏微分方程式である。解析ではこれらを連立させて解く。基礎式に含まれる透水係数、比水分容量あるいは構成体積率などは間隙空気圧と水圧の関数であり、したがって基礎式は非線形である。特に透水係数と比水分容量は毛管圧（間隙空気圧と水圧の差）によって大きく変わる。それゆえ解の安定性を確保するには、格子（あるいは要素）サイズおよび積分の時間増分を適切に設定するとともに、透水係数などの物性値を適切に算定・修正することが必要である。本報では、地盤内気液 2 相流の有限要素解析を対象とし、解の安定性について上述の観点から検討した結果を述べる。

2. 解析手法

$$\text{基礎方程式は } n \frac{dS_w}{dp_c} \left(\frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{p_w}{\alpha} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ k_{ij} \frac{k_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial x_j} + \rho_w g \frac{\partial x_3}{\partial x_j} \right) \right\} \quad (1)$$

$$n(1-S_w) \frac{d}{dp_a} \left(\frac{1}{\beta_a} \right) \frac{\partial p_a}{\partial t} - n \frac{1}{\beta_a} \left(\frac{dS_w}{dp_c} \right) \left(\frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ k_{ij} \frac{k_{ra}}{\mu_a \beta_a} \frac{\partial p_a}{\partial x_j} \right\} \quad (2)$$

である。ここに、 p_w と p_a は水と空気の圧力、 k_{ij} は固有透過度、 k_{rw} と k_{ra} は相対透過係数、 μ_w と μ_a は粘性係数、 S_w は飽和度、 $p_c (= p_a - p_w)$ は毛管圧、 n は間隙率、 β_a は空気の構成体積率である。また以下では、物理的意味が同じであるので、 $n(dS_w/dp_c)$ を比水分容量と呼ぶ。相対透過度と比水分容量が毛管圧の関数である。有限要素解析では一般に、これらの物性値は要素ごとに一定とし、要素を構成する節点での毛管圧から算定する。例えば図-1の四角形要素の場合、要素の物性値 K_e は、節点での算定値 $K_m(p_{cm})$ から

$$K_e = \frac{1}{4} \sum_{m=1}^4 \frac{1}{2} \{ K_m(p_{cm}^1) + K_m(p_{cm}^{1+\Delta t}) \} \quad (3)$$

で算定する。ここに、 p_{cm}^1 は時刻 t における節点 m の毛管圧であり、 Δt は時間増分である。もちろん時刻 $t + \Delta t$ における毛管圧は未知であり、所与の収束条件が満たされるまで K_e の修正を繰り返す。

3. 解析条件

高さ 10 m の飽和土柱の底面から高圧で空気を侵入させる場合をとりあげる。境界条件は、底面で、空気圧が 0.5 Mpa、水の流入はないとし、上端では、空気圧が 0.1 Mpa、飽和度は常に 100% とする。側面は不透性境界とする。すなわち、飽和地盤中に高圧空気が侵入する鉛直 1 次元流である。水分特性曲線は Brooks & Corey 式を採用し、 λ (pore-size distribution index) = 2.3, P_b (bubbling pressure) = 35 cm, S_r (residual saturation) = 15% とした。 k (固有透過度) = $2 \times 10^{-4} \text{ cm}^2$, n (間隙率) = 0.3, 温度は 15 °C とした。

4. 解析結果

(ケース 1)：要素の鉛直長さを $\Delta z = 25 \text{ cm}$ 、時間増分を $\Delta t = 300$ 秒とした。物性値の算定は式(3)によった。図-2 に飽和度の経時変化を示す。底面では飽和度が徐々に低下しており、妥当な結果である。

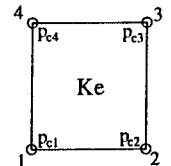


図-1

一方、土柱内では、空気がおよそ $z = 6$ m に達した時点 ($t = 5400$ 秒) で解が不安定になっている。ところで一次元拡散方程式の差分解は、拡散係数を ω とすれば、 $r = \omega \Delta t / (\Delta z)^2 \leq 0.5$ のとき安定である。いま、水の流れに関する拡散係数は式 (1) より $(k_{rw}/n)/(k/\mu_w)/(dS_w/dp_c)$ で、飽和度 90% のとき、およそ $0.075 \text{ cm}^2/\text{秒}$ となり、したがって無次元拡散係数 $r = 0.036$ である。

(ケース 2) : Δz や Δt が大きい場合、透水係数や比水分容量が要素内で一定として解析することに無理があると考えられる。それ故、ここでは $\Delta z = 10 \text{ cm}$ 、 $\Delta t = 50$ 秒とした。図-3 に飽和度の経時変化を示す。空気が上端に達し ($t = 7600$ 秒)、飽和度がわずかに低下すると、そこでの境界条件 $S_w = 100\%$ に滑らかに移行できず、解が不安定になっている。このとき、 $r = 0.0375$ である。

(ケース 3) : 上端付近をさらに細分し、 $\Delta z = 0.25 \text{ cm}$ ($9.90 \text{ m} \leq z \leq 10 \text{ m}$)、 $\Delta z = 1 \text{ cm}$ ($9.80 \text{ m} \leq z \leq 9.90 \text{ m}$) とし、他の領域は $\Delta z = 10 \text{ cm}$ とした。 $\Delta t = 1$ 秒とした。図-4 に飽和度を示す。上端で解の振動が見られるが、その後は再び解が安定する。上端近傍で飽和度が徐々に低下するという結果は妥当と考えられる。このとき r の最大値は $r = 1.2$ である。

(ケース 4) : Δz と Δt が小さくても、上端近傍で解が振動する。これは、上端での境界条件を $S_w = 100\%$ としていることによると考えられる。理由は以下のとおりである。この流れ場では、空気はいずれ上端から流出する。このとき流出量は最上端の要素の透気係数 k_a によってきまる。上端では飽和度が 100% であり、 $k_a = 0$ となるので、最上端の要素の k_a は相対的に小さく算定される。そのため底面から侵入してくる空気が (連続の式を満たして) 流出するには、空気圧の勾配が相対的に大きくなる。これが解の不安定の原因と考えられる。したがって、要素の透気係数を空気の流れから見た風上法で算定すれば、不安定にならないと思われる。図-5 に、風上法を用い、 $\Delta z = 5 \text{ cm}$ 、 $\Delta t = 20$ 秒として得られた飽和度の経時変化を示す。解は極めて安定している。

5. 結論

空気の侵入過程の解析では、風上法を用いて要素の透気係数を算定すれば、安定した解が得られる。この場合、要素サイズおよび時間増分が解の安定にあまり大きな影響を持たないと思われる。

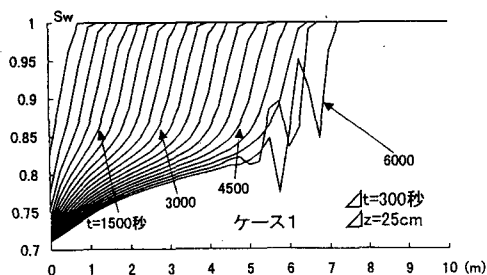


図-2

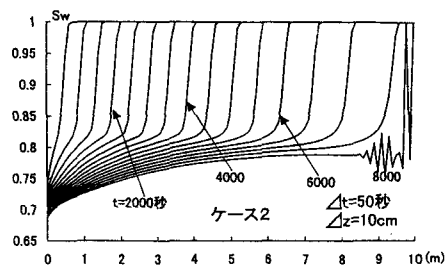


図-3

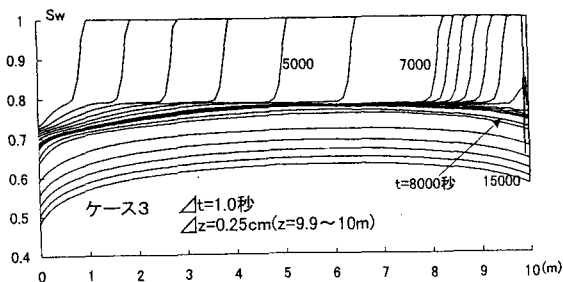


図-4

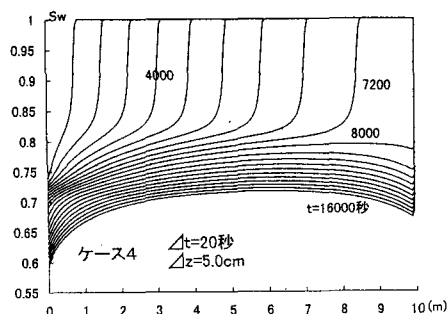


図-5