第II部門　Hybrid-CEFD 流体解析における計算と実測の融合

近畿大学理工学部　正会員　○江藤　剛治
近畿大学理工学部　学生員　合田　桂
近畿大学理工学部　正会員　竹原　幸生

1．はじめに

計算と実測は相補的である。一般的には一方が優先的，他方が補足的に用いられる。例えば，CFD (Computational Fluid Dynamics) においては，計算結果の確認，あるいは計算に必要なパラメータの設定等のために限られたケースの実験による計測が必要になる。逆にモデルが不完全，あるいは条件が不確定な現象，身近な例では，地下水の流動解析等においては，観測が主役を演じ，計算は観測結果の裏付けや関連条件の影響の大きさを比較するためのシナリオ分析等に用いられる。

しかしながら計算と実測はどちらも真実を伝えているわけではない。両方から有用な情報を読みとって，最も確からしい姿を推定することが必要である。この意味で，計算と観測を直接結合した推定手段があって当然である。

理論的には，カルマン・フィルターはそのような思想で構築されたものの一つである。

実用上は，天気予報等においてこのような考え方が開発されている。すなわち，空間的に偏在した各種の気象観測データとグリッド上での数値計算手法を直結し，時々刻々の気象予測を行っている。この場合，気象観測から得られた値をそのまま全面的には信頼しない。数値計算結果も同様である。両者の結合においては，プリミティブな方法が用いられていたが，徐々に，カルマン・フィルター[1] 等の理論的基礎のしっかりした手法が取り入れられる傾向にある。

本研究の目的は，このような計算と実測の直接的融合を目指した研究方法に対して，理論的な支柱を構築することができることを示すことである。

新たな研究分野が確立するためには，研究対象の新しさの他に，新たな研究の手段が生まれることと，理論的基盤が整備されることが不可欠である。

2．Hybrid CEFD

IV (Image Velocimetry) は空間上の流れ場全体を同時に時々刻々観測できるという点で画期的な流体計測手法である。IV と CFD を流れの計測と計算を代表する手法として直接結合する試みは，この分野の研究開発の自然な流れである。このような手法を Hybrid CEFD (Hybrid Computational/Experimental Fluid Dynamics) と呼ぶことにしよう。

著者らはこのような観点から，IV の中でも 3 次元空間上の計測に最も適していると考えられる PTV (Particle Tracking Velocimetry) を対象として，カルマン・フィルターを仲介して，運動の基礎方程式と直結した流れ場の推定方法の開発を提案した。ただしこの場合は，システムの状態方程式としての運動の式は，最も単純な外挿式を用いている。

最近，IV の研究者の間で，Hybrid CEFD に関するいくつかの手法の開発が試みられている。

3．Hybrid CEFD における誤差

2 種の誤差に分けて議論する必要がある。一つは本当の誤差であり，他方は CFD と PTV の結合に伴う見かけ上の誤差である。それぞれ第１種の誤差，第２種の誤差と呼ぶことにする。第１種の誤差はさらに PIV に起因するものと，CFD における各種の誤差の２種に分類される。

- 第１種の誤差
  - PTV：計測誤差（トレーサー粒子の追従性，キャリブレーション誤差），等
  - CFD：パラメタリゼーション，数値計算上の誤差，等
- 第２種の誤差
  - PTV：点計測値
  - CFD：空間の代表値
  - の差

図-1　誤差の分類

第２種の誤差の例として，LES (Large Eddy Simulation) 等をイメージして説明する。この場合，計測値は各点での値をほぼ正しく表している。計算値は，各点周辺を平均的に代表する値を表している。代表する空間スケール

Takeharu ETOH, Kei GODA, Kosei TAKEHARA

は点と点の平均距離である。点における値と近傍の空間の平均的な値には自ずから差が生じる。

以上は天気予報の例を考えれば理解しやすい。例えば Δt を 10 分とすると，計算上の風速（風向）は，10～数100km 四方の平均的な風速を表している。これは風速計の 10 分平均風速とは全く異なる値になる。一方，計算値は代表空間の平均的風速を概ね正しく表しているし，観測値はその点での値を正しく表している。

当然，十分に密なメッシュ上で高精度の初期および境界条件を用いて NS 方程式と正しい状態方程式を用いて DNS (Direct Numerical Simulation) により数値解を求めることができれば，両者は一致するはずである。これが可能であれば，流れ解析の研究の必要はない。

4．Meshless CFD と PTV

CFD は整斉な格子点上で値が求められる。PTV や気象観測では計測・観測点はランダムに配置されており，さらにしばしば偏在している。両方から得られた結果を参照するために，通常はランダム点上の値と格子点上の値を補間関数（普通線形補間）によりどちらかに変換する。

例えばランダム点上の値を補間して格子点上の値を求め，これに基づいて数値計算を行えば，結果にいわゆる「なまり」が生じるのは止むを得ない。これによる誤差は比較的小さいと考えられるが，究極の Hybrid CEFD を目指すなら，このような変換を一切行うことなく，計算値と実測値を直接結合するような手法の開発を志向すべきである。実際このような考え方から，近年いくつかの Meshless 計算法が開発されつつある。

その一つとして著者らは MLS (Moving Least Square Method) に基づく解法を取り上げている。この手法では，計算領域中のある点のまわりの小領域中にあるいくつかの点の上での関数値に，最小自乗法などで 2 次曲面等をあてはめ，その係数値からその小領域内の空間微係数を求めることができるようにしておく。これを全領域中の点のまわりの小領域に対して適用し，あらゆる点の微係数が求められるようにして，領域全体で連立差分方程式を解く方法である[2]。もちろん計算は差分法に限らない。

この場合，誤差が無ければ，例えば x 方向 1 次元問題に対しては隣接する 3 点があれば 2 次方程式の係数値は確定する。(x, y) 方向 2 次元問題であれば 6 点あれば係数値が確定する。

また 1 階の微分しか含まない微分方程式では，線形関数の当てはめで良い。

5．最適適合領域サイズ

例えば PTV に MLS を適用し，最少点数で係数を求めると，数値不安定を招くことが多い。これは PTV による実測値に前述の第 1 および第 2 種の誤差がかわっているからである。各点での値にノイズが乗っていると，近接する数点の値から求めた微係数値は正しい値とはかけ離れた値となることが原因である。

これを防ぐには，対象点周りの比較的広い小領域内の多数の点の上の関数値に対して 2 次関数をあてはめれば，誤差の影響を小さくできる。

通常の数値計算では，大きな誤差を含む計測値で計算条件を与えるとき，複数の点の値を平均したもので与えるのと同じ様なことを行っていると思えば良い。

しかしながら，あてはめる領域（適合領域と呼ぶことにする）をあまりに広くすると，得られる微係数値が平均的になりすぎて，計算結果がなまる。逆に，誤差がほとんど無いときは，最小の小領域を選ぶことで最高の計算精度を得ることができる。

このように，計算と実測の誤差のレベルと，正しい解の空間的な変化のシャープさ（空間周波数特性）から，MLS における最適適合領域サイズが存在することが期待される。

本研究の具体的な目的は，以下のとおりである。

①最適適合領域が存在することを具体的に示すこと。

②最適適合領域サイズを決定すること(補遺 I)。

このような理論的な基盤の整備が，Hybrid CEFD の地位を確立する。

補遺 I： 著者の一人（江藤）は 1977～1978 年に，2 次関数のあてはめによる最小値の探索問題に対して，最適適合サイズを純解析的に導いた。1977 年には x 方向 1 次元問題に対して，1978 年には n 次元の一般的な場に対しても導いた[3]。残念ながら，当時このような研究に対して理解が得られなかったのでいずれも未発表である。

参考文献：

1) 竹原幸生，江藤剛治，村田滋，道奥康治：PTV のための新アルゴリズムの開発，土木学会論文集，No.533/II-34, 1996.

2) 矢川元基，酒井譲：メッシュレス計算法，機械の研究 第 49 巻 第 1 号，pp.103-110，1997.

3) 江藤剛治：ストカスティック・シミュレーションにもとづく極値探索の一手法，未発表，1978.