

立命館大学大学院
立命館大学理工学部
立命館大学大学院

学生員 ○伊藤隆郭
正会員 江頭進治
学生員 竹内宏隆

1. はじめに 従来の $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の流砂量式によれば, 移動限界付近において, 流砂量は粒子径の影響を受け, 粒子径が大きくなると流砂量は減少する。掃流力の大きい領域においては粒子径の大小に関わらず, 流砂量は粒子径に依存しなくなる。ところで, 掃流力が大きい領域においては流砂量に対する粒径効果は現れないのだろうか? 本研究においては, このような古典的な課題について理論・実験の両面から検討する。

2. 既往の流砂量式 流砂量式に対する粒子径の影響をみる前に, 従来の $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の流砂量式の誘導過程を大まかにみる。

図-1 を参考にすれば, 流砂量 q_b は次式で定義される。

$$q_b = \int_0^{h_s} c u dz = \int_0^{h_s} c u_s dz \quad (1)$$

ここに, u , c は砂粒子の流速および体積濃度である。 u , c に代表値 u_s , c_s を用いると, 式(1)は次式で近似できる。

$$q_b \cong u_s c_s h_s \quad (2)$$

ここに, $c_s h_s$ は単位面積当たりの砂の移動体積を表す。摩擦速度 u_τ , 限界摩擦速度 u_c , 河床せん断力 τ_b および限界掃流力 τ_c を用いて, u_s が u_τ もしくは $u_c - u_\tau$ に比例し, $c_s h_s$ が $\tau_b - \tau_c$ に比例するとして, 式(2)を用いて q_b は次のように求められている。

$$\Phi = k(1 - \tau_c/\tau_b) \tau_*^{3/2} \text{ or } k(1 - \tau_c/\tau_b) (1 - \sqrt{\tau_c/\tau_b}) \tau_*^{3/2} \quad (3)$$

ここに, τ_* は無次元掃流力, τ_{*c} は無次元限界掃流力, k は比例定数, $\Phi = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}$ であり, σ は砂粒子の密度, ρ は水の密度, g は重力加速度, d は砂粒子径である。この種の方法によれば, ほとんどの場合, q_b は河床面でなされる外力の仕事量 $\tau_b u_s$ に比例するものとして求められている。図-1 の流れに対して, 河床せん断力の応力分配を考えて, 流砂量を求めたモデルもある²⁾。これは, 図-2 をもとにして, 河床 $z = 0$ における力のつり合いを次式のように評価している。

$$\tau_G + \tau_c = \tau_b \quad (4), p(0) = (\sigma - \rho)c_s g h_s \quad (5), \tau_G = \mu_f p(0) \quad (6)$$

ここに, τ_G は粒子衝突により生じるせん断力, τ_c は限界掃流力, $p(0)$ は $z = 0$ における圧力, μ_f は砂粒子の動摩擦係数である。式(4)を式(6)に適用して $c_s h_s$ を求め, u_s については質点系の運動方程式で議論し, $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の流砂量式が求められている。この方法から得られた流砂量式は, 結果的には外力の仕事量 $\tau_b u_s$ に比例するとして求められたものと同じである。

3. 流砂量に対する粒子径の影響 図-3 は, q_b と u_τ の平面に

おいて実験値^{3), 4), 5), 6)} と $\Phi \sim \tau_*^{3/2}$ 型の Meyer Peter-Müller 式⁷⁾ とを比較したものである。実験値は, u_τ が大きい領域においても粒子径の影響を受け, 大きい粒径において q_b は小さくなっている。この領域について詳細にみる。図-4 は, 図-3 に示すデータの u_τ の大きい領域 ($u_\tau \cong 25.0 \text{ cm/s}$) において, $d = 0.144 \text{ cm}$ の流砂量 q_{bs} に対する他の粒

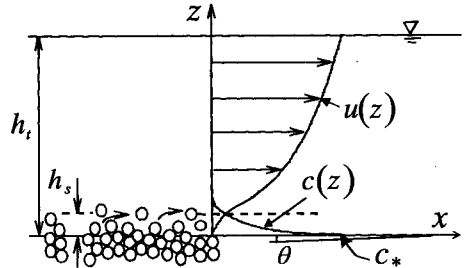


図-1 流れのモデル

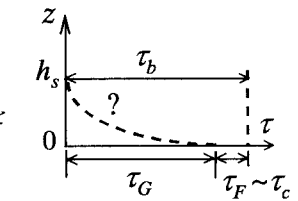


図-2 Bagnold¹⁾による河床せん断力の評価

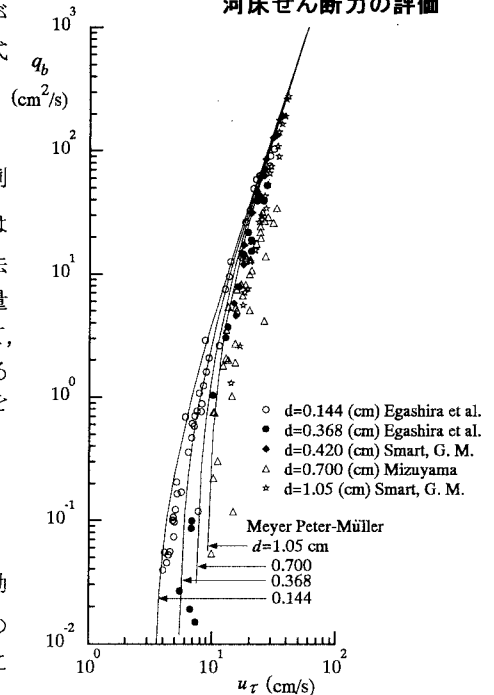


図-3 Meyer Peter-Müller 式と実験値の比較

径の流砂量 q_{bi} の比率をみたものである。明らかに、粒径が大きくなると流砂量が小さくなっている。これは流砂量に対する粒径効果を議論する必要性を示している。

$\Phi \sim \tau^{3/2}$ 型の流砂量式においては、掃流砂層の運動の機構、すなわち control volume の概念が使われていないため、図-4のような流砂量に対する粒子径の影響を議論するのはかなり難しい。これに対し、江頭・宮本・伊藤⁹⁾の応力モデルは、control volume に対してなされる仕事の内部消費を議論して求められており、流砂量に対する粒子径の影響を議論するのは容易である。これは次のようである。図-1の流れを連続体近似して1流体モデルを適用する。定常等流場において、運動方程式を掃流砂層内の任意の位置 z から、その上面 h_s まで積分し、圧力は静水圧を差し引けば、 x, z 成分は次式のように表される。

$$\tau(z) = \tau(h_s) + \int_z^{h_s} \rho_m g \sin \theta dz \quad (7)$$

$$p(z) = \int_z^{h_s} (\sigma - \rho) cg \cos \theta dz \quad (8)$$

ここに、 ρ_m は混合物の密度で、 $\rho_m = (\sigma - \rho)c + \rho$ である。 θ は水平と x 軸とのなす角度、 τ はせん断応力、 p は圧力である。江頭・宮本・伊藤⁹⁾の研究を用いると、式(7)、(8)の左辺に対する構成則が与えられる。両式により、 u, c の鉛直分布が求められ、式(1)を適用すれば、 q_b は厳密に導かれる⁹⁾。ここでは、掃流砂層内の濃度を $c = \text{const.}$ として流砂量を求めると、次式が得られる⁹⁾。

$$\Phi = K \tau^{5/2} \quad (9)$$

$$K = \frac{4}{15} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_d}} \left[\cos \theta \{ f(c) \tan \phi_s - \tan \theta \} \right]^{-2} \frac{1}{c} \left[1 - \frac{\tan \theta}{(\sigma/\rho - 1)c \{ f(c) \tan \phi_s - \tan \theta \}} \right]^{1/2}, f_f = k_f (1 - c)^{5/3} / c^{2/3},$$

$$f_d = k_d (1 - e^2) (\sigma/\rho) c^{1/3}, f_{pd} = k_d e^2 (\sigma/\rho) c^{1/3}, f(c) = (c/c_s)^{1/n}$$

ここに、 ϕ_s は砂粒子の内部摩擦角、 k_f, k_d は実験定数でそれぞれ0.16, 0.0828⁹⁾、 e は反発係数、 c_s は静止堆積濃度、 n は経験定数($n = 5$)である。図-5は、式(9)を q_b と u_τ の平面に表して、図-3の実験値と比較したものである。なお、(9)においては、 $c = c_s/2 = 0.26$ としている。式(9)によれば、 $q_b \sim 1/d$ の関係にある。図によれば、掃流力の大きい領域に対しても、流砂量に対する粒径効果が表現されているとともに流砂量の傾向も良好に評価されている。この結果は、掃流砂層において内部構造を議論すれば、流砂量は粒径の影響を含めて評価できることを示唆している。

4. おわりに 流砂量に関する実験データによれば、掃流力が大きい領域においても、粒子径の影響が現れ、粒径が大きくなると流砂量は減少する傾向が見られる。これを説明するための有力な方法として、例えば $\Phi \sim \tau^{5/2}$ 型の流砂量式が考えられ、江頭・宮本・伊藤による流砂量式は、 τ の大きい領域でかなり適切に流砂量に対する粒径効果を評価できるようである。

本研究は、文部省科研費基盤研究B(代表 江頭進治)の補助を受けている。ここに記して感謝します。

参考文献 1)Bagnold, R.A.: Philosophical Trans., Roy. Soc. of London, Vol. 249, 235-297, 1957, 2)芦田・道上:土木学会論文報告集, 206, 59-69, 1972, 3)江頭・芦田・高濱・田野中:京大防災研年報, 33B-2, 293-306, 1990, 4)江頭・芦田・田野中・高橋:京大防災研年報, 34B-2, 261-274, 1991, 5)水山高久:新砂防, Vol. 116, 1-6, 1980, 6)Graeme, M. S.: Jour. of Hydr. Eng., ASCE, Vol. 110, No.3, 267-276, 1984, 7)例えば、河村三郎:土砂水理学1, 第5章, 森北出版, 1982, 8)江頭・宮本・伊藤:水工学論文集, 41巻, 789-794, 1997, 9)江頭進治:混相流, 11巻, NO.4, 388-393, 1997.

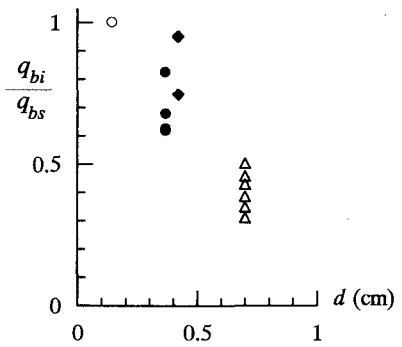


図-4 掃流力の大きい領域における流砂量に及ぼす粒子径の影響

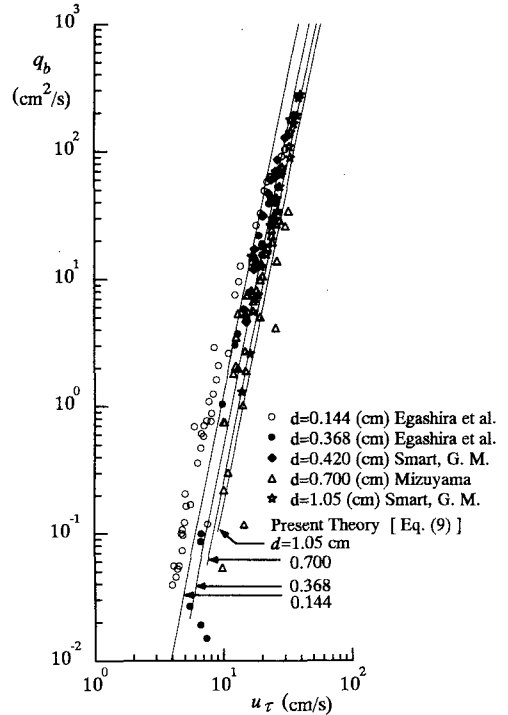


図-5 掃流砂層内部のエネルギー散逸機構を議論した流砂量式と実験値の比較