

関西大学工学部 正会員 堂垣正博 (株)大林組 正会員 瀧 裕行
(株) 銭高組 正会員 ○和久雅也 関西大学工学部 フェロー 三上市蔵

1. まえがき 高架構造の橋脚には、比較的小さな設置面積で軽量の構造が望まれ、箱形や円形断面の鋼製橋脚がしばしば用いられている。ところで、さきの兵庫県南部地震では、円筒シェルからなる鋼製橋脚に局部的な座屈が生じた。この種の局部座屈は死荷重に相当する圧縮力に加え、地震時の強烈な繰返し曲げが作用して生じたと考えられる。

ここでは、一定軸力の下にある鋼製円筒に繰返し曲げが作用する場合の幾何学的・材料的非線形挙動を差分法で解析し、短い鋼製円筒シェルの曲げ挙動を明らかにする。

2. 理論式 図-1に示す長さ a 、半径 R 、肉厚 t の短い鋼製円筒シェルが一定軸力 N の下に繰返し曲げ M を受ける場合の変形挙動を明らかにする。解析にあたり、次の仮定を設ける。①Kirchhoff-Loveの仮定。②部材はひずみ硬化する弾塑性体で、応力とひずみはBi-linearな関係にある。

③降伏はvon Misesの等価応力で判定し、降伏後の応力-ひずみ関係にZieglerの移動硬化則を準用する。

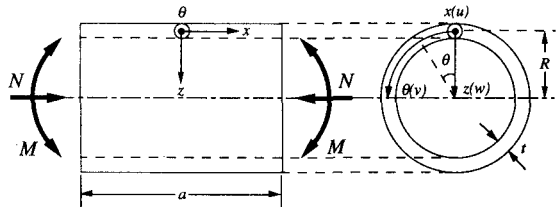


図-1 一定軸力下で繰返し曲げを受ける鋼製円筒

(1) 力のつり合い式：弾塑性状態における円筒シェルの x 、 θ 、 z 方向の力のつり合い式をポテンシャル・エネルギー停留の原理によって誘導すれば、

$$N_{x,x}^e + N_{x\theta,\theta}^e / R + N_{x,x}^e u_{x,x} + N_{x,\theta,\theta}^e u_{x,x} + (N_{\theta,\theta,\theta}^e + N_{\theta,\theta,\theta}^e) / R^2 + N_{x\theta,\theta}^e u_{\theta,\theta} / R + N_{x,\theta,\theta}^e u_{x,x} / R + 2N_{x\theta}^e u_{x\theta} / R - \{ (N_{x,x}^p + N_{x\theta,\theta}^p / R) + N_{x,x}^p u_{x,x} + N_{x,\theta,\theta}^p u_{x,x} + (N_{\theta,\theta,\theta}^p + N_{\theta,\theta,\theta}^p) / R^2 + N_{x\theta,\theta}^p u_{\theta,\theta} / R + N_{x,\theta,\theta}^p u_{x,x} / R + 2N_{x\theta}^p u_{x\theta} / R \} = 0 \quad (1)$$

$$N_{x\theta,\theta}^e + N_{\theta,\theta}^e / R - 2M_{x\theta,\theta}^e / R - M_{\theta,\theta}^e / R^2 - N_{\theta,\theta}^e (\bar{w}_\theta + v) / R^2 - N_{x\theta}^e \bar{w}_{x,x} / R + N_{x,\theta,\theta}^e v_{x,x} + N_{\theta,\theta}^e (v_\theta - \bar{w} + w_0) / R^2 + N_{x\theta,\theta}^e (v_\theta - \bar{w} + w_0) / R - 2N_{x\theta}^e \bar{w}_{x,x} / R + N_{x\theta,\theta}^e v_{x,x} / R + 2N_{x\theta}^e v_{x\theta} / R + N_{x,\theta,\theta}^e v_{x,x} + N_{\theta,\theta}^e (v_\theta - \bar{w}_\theta) / R^2 - \{ N_{x\theta,\theta}^p + N_{\theta,\theta}^p / R - 2M_{x\theta,\theta}^p / R - M_{\theta,\theta}^p / R^2 - N_{\theta,\theta}^p (\bar{w}_\theta + v) / R^2 - N_{x\theta}^p \bar{w}_{x,x} / R + N_{x,\theta,\theta}^p v_{x,x} + N_{\theta,\theta}^p (v_\theta - \bar{w} + w_0) / R^2 + N_{x\theta,\theta}^p (v_\theta - \bar{w} + w_0) / R - 2N_{x\theta}^p \bar{w}_{x,x} / R + N_{x\theta,\theta}^p v_{x,x} / R + 2N_{x\theta}^p v_{x\theta} / R + N_{x,\theta,\theta}^p v_{x,x} + N_{\theta,\theta}^p (v_\theta - \bar{w}_\theta) / R^2 \} = 0 \quad (2)$$

$$M_{x,x}^e + 2M_{x\theta,\theta}^e / R + M_{\theta,\theta}^e / R^2 + N_{x,\theta,\theta}^e \bar{w}_{x,x} + N_{x\theta}^e (2\bar{w}_{x,\theta} + v_{x,x}) / R + N_{\theta,\theta}^e (R + \bar{w}_{\theta,\theta} + v_{\theta,\theta}) / R^2 + N_{x,\theta,\theta}^e \bar{w}_{x,x} + N_{\theta,\theta}^e (\bar{w}_\theta + v) / R^2 + N_{x\theta,\theta}^e (\bar{w}_\theta + v) / R + N_{\theta,\theta}^e (v_\theta - \bar{w} + w_0) / R^2 + N_{x\theta}^e v_{x,x} / R + N_{x,\theta,\theta}^e \bar{w}_{x,x} / R - \{ M_{x,x}^p + 2M_{x\theta,\theta}^p / R + M_{\theta,\theta}^p / R^2 + N_{x,\theta,\theta}^p \bar{w}_{x,x} + N_{x\theta}^p (2\bar{w}_{x,\theta} + v_{x,x}) / R + N_{\theta,\theta}^p (R + \bar{w}_{\theta,\theta} + v_{\theta,\theta}) / R^2 + N_{x,\theta,\theta}^p \bar{w}_{x,x} + N_{\theta,\theta}^p (\bar{w}_\theta + v) / R^2 + N_{x\theta,\theta}^p (\bar{w}_\theta + v) / R + N_{\theta,\theta}^p (v_\theta - \bar{w} + w_0) / R^2 + N_{x\theta}^p v_{x,x} / R + N_{x,\theta,\theta}^p \bar{w}_{x,x} / R \} = 0 \quad (3)$$

を得る。ここに、 u 、 v はそれぞれ x 、 θ 方向の変位、 $\bar{w}$ は z 方向の全たわみで、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和である。 N_x 、 N_θ はそれぞれ x 、 θ 方向の膜力、 $N_{x\theta}$ は膜せん断力である。 M_x 、 M_θ はそれぞれ x 、 θ 方向の曲げモーメント、 $M_{x\theta}$ はねじりモーメントである。上添字 e と p のついた断面力はそれぞれ弾塑性域にある円筒シェルを全断面弾性のままに仮定して求められる断面力と、弾性断面力を修正し真の断面力を得るための仮想断面力である。仮想断面力は、弾性応力で計算されるvon Misesの等価応力が降伏点応力を超える場合、その超過量を肉厚方向に数値積分して求められる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件式：両端で単純支持あるいは固定され、一定軸力の下に繰返し曲げを受ける円筒シェルの場合、その面内変形に関する境界条件は、

$$u + u_0 = -(R \cos \theta) \phi, \quad v = 0 \quad (4)$$

$$\Sigma \sigma_{\theta\theta} \Delta A = -N \quad (5)$$

で与えられる。ここに、 ϕ は曲げモーメント M に等価な図心軸まわりの強制断面回転角、 u_0 は圧縮力 N に等価な強制圧縮変位で、式(5)を満足する値である。また、 $\sigma_{\theta 0}$ は端部での母線方向の応力、 ΔA はその応力が働く微小な断面積、 θ は、図-1に示すように、円筒の上縁から円周方向に測った角度である。

面外変形に関する境界条件のうち、円筒シェルの単純支持されている場合には

$$\bar{w} - w_0 = 0, \quad M_\theta = 0 \quad (6)$$

の、固定の場合には

$$\bar{w} - w_0 = 0, \quad \bar{w}_{,x} - w_{0,x} = 0 \quad (7)$$

の条件が与えられる。

3. 数値解法 力のつり合い式(1)～(3)と境界条件式(4)～(6)あるいは(7)を変位 u , v , $\bar{w}$ と増分変位 Δu , Δv , $\Delta \bar{w}$ によって表示し、それらに差分法を適用すれば、多元連立の非線形代数方程式を得る。これを増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解けば、短い円筒シェルの非線形解を求めることができる。なお、数値解析の結果が広範な鋼製円筒シェルの適用できるように、諸式を無次元化した。

4. 数値解析結果とその考察 円筒シェルは母線および円周方向にともに対称に変形するものと仮定し、母線および円周方向にそれぞれ1/2の領域を解析する。広範なパラメトリック解析の前に、差分分割数や肉厚方向の層数と解との関係を調べた結果、母線方向に20分割、円周方向に18分割、肉厚方向に20分割すれば、精度のよい解の得られることが分かった。なお、解析に用いた鋼種はSM400材で、降伏点応力 $\sigma_F = 2,400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

繰り返し荷重として、様々な载荷パターンが考えられるが、ここでは図-2に示すような定変位振幅と漸増変動変位振幅の2種類の繰り返し曲げを取り扱う。

両端に一定の軸力 $N/N_F^* = 0.2$ と強制的な断面回転角が作用する径厚比が $R/t = 25, 50, 75$ の円筒シェルの弾塑性有限変位挙動を明らかにすれば、その端部における断面回転角 ϕ と曲げモーメント M との関係が図-3のように得られる。ここに、径長比は $R/a = 1$ で、両端が固定された円筒シェルの解析した。ただし、ひずみ硬化域での接線係数は $E_p = 0.01E$ で初期不整は無視した。図中、縦軸は全塑性モーメント M_F^* で無次元化された作用曲げモーメント M を、横軸は降伏時の回転角 ϕ_F で無次元化された強制回転角 ϕ を示す。

図から明らかなように、径厚比が $R/t = 25$ と50の円筒シェルは、強制回転角 ϕ が降伏回転角 ϕ_F の3倍を超えても曲げ強度の低下は認められない。また、 $R/t = 25$ と50の両者の挙動に明確な差異は認められず、4サイクルまでの繰り返し载荷であれば、優れた変形特性を有していることがわかる。一方、径厚比が $R/t = 75$ の円筒シェルの場合、繰り返し曲げのサイクルが1回目や2回目でも断面内の塑性化が増える傾向にある。さらに、3サイクル目になれば、 $3\phi/\phi_F$ に到達する以前から耐力の低下が顕著となる。

この他の数値解析結果については、講演会当日に詳述する。

なお、本研究には文部省科学研究費補助金(基礎研究(c))(2), 08650563, 代表者:三上市蔵)の補助を受けた。

参考文献 1) 池内智行・西村宣男:軸圧縮力と繰り返し曲げを受ける鋼管短柱の変形能, 平成9年度関西支部年次学術講演会講演概要, 土木学会, I-80, 1997-5.

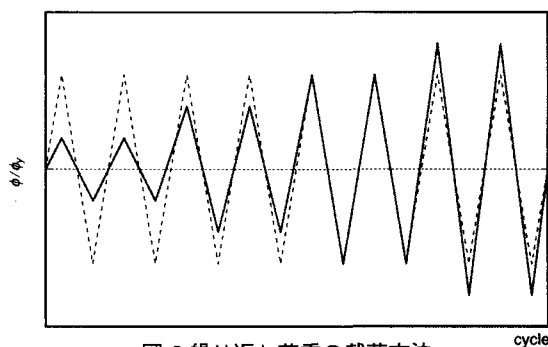


図-2 繰り返し荷重の载荷方法

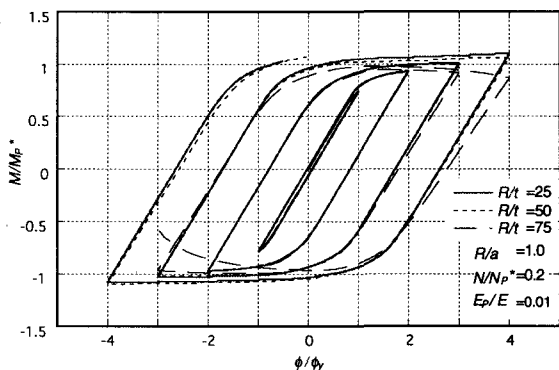


図-3 端部における断面回転角と曲げモーメントの関係