

関西大学工学部 正会員 堂垣正博
明石市役所 正会員 ○石田富勇

阪神高速道路公団 正会員 大島正資
関西大学総合情報学部 正会員 古田 均
関西大学工学部 フェロー 三上市蔵

1. まえがき

幾何学的非線形性の強いケーブルは、多岐にわたる様々な振動現象を呈する。1970年代後半から、ケーブルの非線形振動が解析的に研究されている。その中でも、ケーブルの面内振動問題は周期的な集中荷重や軸力が作用する場合が対象とされ、分布荷重が作用する場合の研究は少ない。

本研究では、周期的な荷重を受けるケーブルを対象に、幾何学的非線形性を考慮したケーブルの運動方程式を誘導し、それを時刻歴応答解析することによって、その動的特性を明らかにする。すなわち、ケーブルのサグ比や傾斜角がケーブルの動的応答に与える影響を調べる。

2. 解析理論

図-1に示すようなサグ f 、傾斜角 ϕ 、支点間の水平距離と鉛直距離がそれぞれ l と h のケーブルに水平張力 H が作用する場合、その静的つり合い位置は

$$y = \frac{H}{mg} \cosh\left(\frac{mg}{H}x + a_1\right) - \frac{H}{mg} \cosh a_1 \quad (1)$$

で与えられる。ここに、

$$a_1 = \sinh^{-1}\left\{\frac{mgh}{2H \sinh(mgl/2H)}\right\} - \frac{mgl}{2H} \quad (2)$$

で、 mg は単位長さ当たりのケーブル重量である。

幾何学的非線形性を考慮したケーブルの運動方程式を誘導するにあたり、次のような仮定を設ける。すなわち、①曲げやねじりは考慮しない。②減衰の影響は無視する。③ケーブルは両端で変位しない。

ケーブルの運動方程式をHamiltonの原理に基づいて誘導すれば、

$$\begin{aligned} m\ddot{u} - T_0 u'' - EA(x'^2 u'' + x'y'v'') \\ - EA\{x'(u'u'' + v'v'' + w'w'') + 2x'u'u'' + y'(u'v'' + v'u'') \\ + 0.5(3u''u'^2 + u''v'^2 + 2u'v'v'' + u''w'^2 + 2u'w'w'')\} \\ - p_x = 0 \\ m\ddot{v} - T_0 v'' - EA(x'y'u'' + y'^2 v'') \\ - EA\{y'(u'u'' + v'v'' + w'w'') + 2y'v'v'' + x'(u'v'' + v'u'') \end{aligned} \quad (3)$$

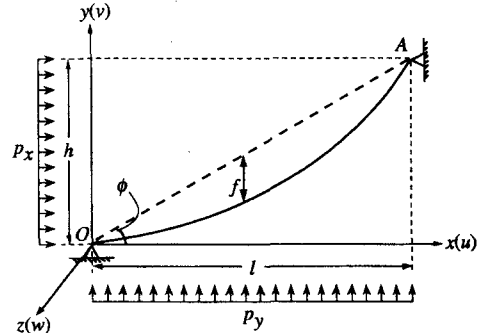


図-1 変動する荷重が3方向から作用する斜めケーブル

$$\begin{aligned} + 0.5(3v''v'^2 + v''u'^2 + 2v'u'u'' + v''w'^2 + 2v'w'w'')\} \\ - p_y = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} m\ddot{w} - T_0 w'' \\ - EA\{x'(w'u'' + w'u'') + y'(w'v'' + w'v'') \\ + 0.5(3w''w'^2 + w''u'^2 + 2w'u'u'' + w''v'^2 + 2w'v'v'')\} \\ - p_z = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

を得る。ここに p_x , p_y , p_z はそれぞれ x , y , z 軸方向の荷重強度、 u , v , w はそれぞれ x , y , z 軸方向の変位、 T_0 は静的つり合い状態でのケーブル張力、 EA は伸び剛性である。なお、ダッシュは静的つり合い位置を基準とする曲線座標 s_0 に関する微分を、ドットは時間に関する微分を表す。

運動方程式(3)~(5)は非線形の連立偏微分方程式であるため、これを厳密に解くことは難しい。したがって、差分法とNewmarkの β 法を非線形連立偏微分方程式に適用し、多元連立の非線形代数方程式に変換する。それを反復法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解き、各時間における変位を求める。

3. 数値解析結果とその考察

主として、周期的な分布荷重が作用するケーブルを対象に、サグ比や傾斜角がケーブルの動的特性に及ぼす影響を調べる。

まずはじめに、サグ比 $\gamma = fl = 0.01$ 、傾斜角 $\phi = 0^\circ$ 、荷重強度 $p_y = 0.001 \sin(2\pi\theta t/\omega)$ を解析する。周期的荷重

の加振円振動数とケーブルの固有円振動数との比 $\theta\omega$
 $=0.9, 1.0, 1.1$ に対し、その鉛直変位の応答を求めれば、図-2 (a), (b), (c)を得る。ここに、 ω はサグ比 $\gamma=0.01$ 、傾斜角 $\phi=0^\circ$ のケーブルの基本固有円振動数
 $(=\pi/l\sqrt{H\cos\phi/m})$ である。図中、縦軸は水平距離 l で無次元化された鉛直変位 v/l 、横軸は無次元時間 $\bar{t}=\omega t/2\pi$ である。なお、以下では $\theta\omega$ を加振振動数比と称する。

図から明らかなように、 $\theta\omega=1.0$ の近傍では共振現象の特徴であるうなりが生じている。周期的荷重の周期とケーブルの基本固有周期とが等しくなる $\theta\omega=1.0$ の場合には、 $\theta\omega=0.9$ や 1.1 の場合に比べて、周期が非常に長く、大きな変位を伴ったうなりが生じ、ケーブルが激しく上下に振動していることがわかる。

次に、サグ比 $\gamma=0.01, 0.03, 0.05$ のケーブルを対象に、その最大振幅と加振振動数比との関係をプロットすれば、図-3を得る。図中、縦軸は無次元最大鉛直変位 $v_{\max}/l$ 、横軸は加振振動数比 $\theta\omega$ である。

図から明らかなように、ケーブルの基本固有円振動数 ω の奇数倍にあたる加振円振動数 θ で共振が起こり、振幅が著しく増大している。ちなみに、共振点近傍での振動モードは対称であった。また、サグ比 γ が大きいほど、加振振動数比の全領域にわたって変位が大きくなることがわかる。これは、サグ比がケーブルの張力と密接な関係にあり、これが増大すれば、張力が低下するからである。したがって、サグ比の増大とともにケーブルがゆるみ、変位が増大した。共振現象を引き起こす領域が広がる傾向にもある。

サグ比 $\gamma=0.01$ で、傾斜角 $\phi=0, 30^\circ, 60^\circ$ の斜めケーブルを対象に、加振振動数比と最大振幅との関係を求めれば、図-4を得る。ケーブルが傾斜すれば、固有円振動数が変化するため、共振点は移動し、応答図が左右に平行移動するようになる。ただし、サグ比の場合のように加振振動数比の全領域にわたって現れていた最大振幅の変動はあまり顕著でない。

4. あとがき

サグ比やケーブルの傾斜角をパラメータとして周期的荷重が作用する場合のケーブルの基本的な動的応答を明らかにした。

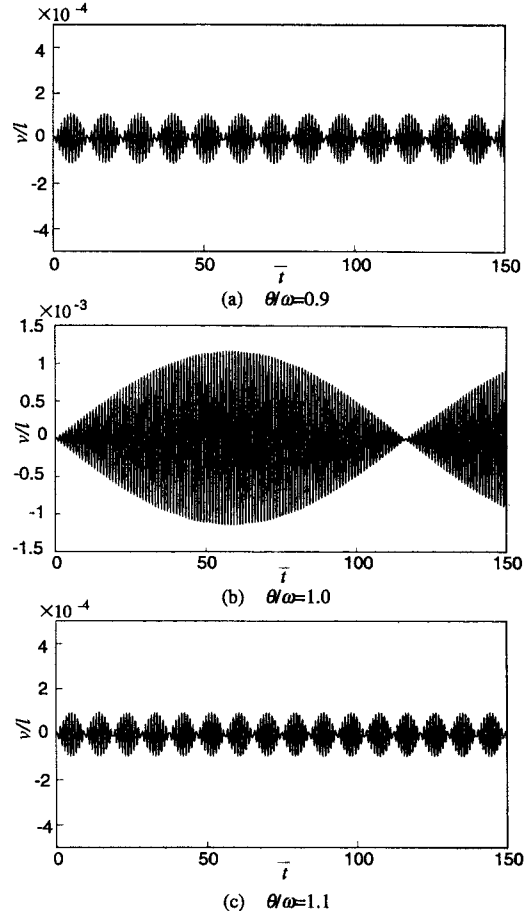


図-2 $\gamma=0.01, \phi=0^\circ$ のケーブルに対する変位応答

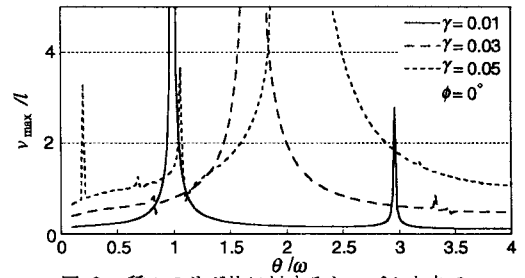


図-3 種々のサグ比に対するケーブル中央での最大鉛直変位

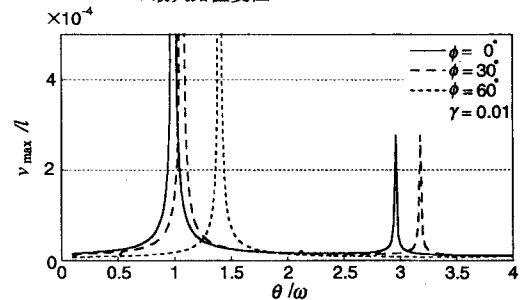


図-4 斜めケーブルの中央での最大鉛直変位