第IV部門　　フェイス・ツゥ・フェイスのコミュニケーション過程に関する一考察

京都大学大学院　学生員　○松島格也
京都大学大学院　正会員　小林潔司
鳥取大学工学部　正会員　福山　敬

1. はじめに

フェイス・ツゥ・フェイスのコミュニケーションは、人間が知識を交換するための重要な手段である。本研究では、このコミュニケーション行動をマッティング過程と合意形成過程の2段階の意思決定問題として定式化し、その長期的な「ミーティング均衡」が合理的期待均衡としてモデル化できることを示す。

2. ミーティング過程のモデル化

ある都市システム内に $2m+1$ 人の個人が生活し、互いにミーティングの相手を探索していると考える。各個人は「ミーティングの相手を見つける」か「他人からミーティングの申し込みがある」場合、当該の相手とミーティングを行うかどうかを判断する。双方の当事者が合意した場合はそこで探索行動は打ち切られ、直ちにミーティングが形成される。合意が成立しなかった場合両者ともミーティング相手の探索を再開する。ミーティングはある時間が経過すれば終了し、再びミーティングの相手を捜し始める。ミーティングの最中は探索行動は一時中止され、ミーティングの申し込みがあってもそれを断ることとする。探索過程において過去にミーティングを形成したことのある相手とそうでない相手を区別しない。以下では、すべての個人がこのようなミーティング形成を繰り返す過程を出生・死滅過程として記述する。

ある時刻 t において $2n+1$ 人がミーティングを行っておらず、$2(m-n)$ 人がミーティングを行っていると考える。時刻 t において微小時間 Δt の間にミーティングが形成される割合を $a(n)$、終了する割合を $b(n)$ で表す。時刻 $t+\Delta t$ においてミーティングを行っていない個人が $2n$ 人のミーティング相手を有している確率 $P_{t+\Delta t}(n)$ $(n=0,1,\cdots,m)$ は、次式のように記述される。

$$P_{t+\Delta t}(0)=a(1)\Delta t P_t(1)+(1-b(0)\Delta t)P_t(0)+o(\Delta t)!, \tag{1a}$$

$$P_{t+\Delta t}(n) = a(n+1)\Delta t P_t(n+1) + b(n-1)\Delta t \cdot P_t(n-1) + [1-a(n)\Delta t - b(n)\Delta t]P_t(n) + o(\Delta t)!, \quad (n=1,2,\cdots,m-1) \tag{1b}$$

$$P_{t+\Delta t}(m) = b(m-1)\Delta t P_t(m-1) + [1-b(m)\Delta t] \cdot P_t(m) + o(\Delta t)!, \tag{1c}$$

$$\sum_{n=0}^{m} P_t(n) = 1 \tag{1d}$$

ここに $o(\Delta t)!$ は高次の微小項である。定常状態では、

$$a(n+1)P(n+1)+b(n-1)P(n-1) = [a(n)+b(n)]P(n) \ (n=1,2,\cdots,m-1) \tag{2a}$$

$$b(0)P(0)=a(1)P(1), \tag{2b}$$

$$b(m-1)P(m-1)=a(m)P(m) \tag{2c}$$

を得る。よって、帰納的に次式が成り立つ。

$$a(n+1)P(n+1)=b(n)P(n) \quad (n=1,\cdots,m-1) \tag{3}$$

漸化式 (3) を解くことにより、$P(n)$ の定常確率が $a(n)$ や $b(n)$ を用いて表される。

つぎに、$a(n)$ や $b(n)$ を定義する。ミーティングの交渉相手が形成される確率は、当該時刻においてミーティングを行っていない個人が全体に占める割合 $2n/2m$ に依存すると考える。また、形成されたマッティングペアにおいてお互いがミーティングに同意する確率を π_i とする。微小時間 $[t,t+\Delta t]$ においてひとつのミーティングが形成される確率は

$$\xi_i(n)\Delta t = \pi_i(\alpha_i+\alpha^i)\frac{n}{m}\Delta t \tag{4}$$

で表される。ここに α_i は、個人が単位時間当たりに相手を発見する確率測度（以下、探索強度と呼ぶ）である。個人が対称的であり定常状態において、$\xi_i(n) = \xi(n), \pi_i=\pi, \alpha_i=\alpha, \alpha^i=\hat{\alpha}$ が成立する（$\hat{\alpha}$ は他人の平均的探索強度を表す）と仮定すると $a(n)$ は次式のように表される。

$$a(n)=\frac{\xi(n)(2n+1)}{2}=\pi(\alpha+\hat{\alpha})\frac{n(2n+1)}{2m} \tag{5}$$

一方、ミーティングの継続時間が平均 β^{-1} の指数分布に従うと仮定すると、$b(n)$ は次式のように表せる。

$$b(n)=\beta(m-n) \tag{6}$$

3. 個人のミーティング行動のモデル化

いま、時刻 t において個人 i が個人 j とミーティングを開始すると考えよう。時刻 t の現在価値で評価した期間長 T のミーティングの効用をランダム効用モデル

$$U_i^j(t:T,\varepsilon)=\int_t^T(\bar{v}_i^j+\varepsilon_i^j)\exp\{-r(\tau-t)\}d\tau - c_i^j \tag{7}$$

で表現する。ここに、r は割引率、v_i^j は個人 i が個人 j と会うことにより得られる瞬間効用、ε_i^j は個々のミーティングに特有な確率瞬間効用、c_i^j はミーティング費用（交通費用）である。時刻 t の現在価値で評価したミーティングの期待効用 $EU_i^j(t)$ は

$$EU_i^j(t:\varepsilon)=\int_t^\infty\{U_i^j(t:T,\varepsilon)\beta\exp\{-\beta(T-t)\}dT = \gamma(\bar{v}_i^j+\varepsilon_i^j)-c_i^j \tag{8}$$

Kakuya MATSUSHIMA, Kiyoshi KOBAYASHI, Kei FUKUYAMA

となる。ただし、$\gamma=1/(r+\beta)$ である。

個人 i は個人 j とのミーティングで得られる期待効用 $EU(t)$ が本人が決定する保留効用水準 H_i より大きいときミーティングに合意する。一般性を失うことなく、ε_i^j は平均値 0 分散 1 の標準正規分布に従うと仮定し、標準正規分布関数を $\Phi(\cdot)$ により表すと、個人 i のミーティングの合意確率 p_i^j は次式で表される。

$$p_i^j=\Pr\{EU_i^j(t)\geq H_i\}=\Phi(\bar{v}_i^j-\delta(c_i^j+H_i)) \qquad (9)$$

ここに、$\delta=\gamma^{-1}$ である。したがって両者がミーティングに合意する確率は

$$\pi(H,\hat{H})=\{\Phi(\bar{v}-\delta(c+H))\}\{\Phi(\gamma\bar{v}-\delta(c+\hat{H}))\} \qquad (10)$$

となる。ここに、$\hat{H}$ は他人が決定する保留効用水準を意味している。ミーティングの期待効用の平均値 EV は

$$\begin{aligned}EV&=\frac{\int_{\delta(H+c)-\bar{v}}^{\infty}EU(t:\varepsilon)\phi(\varepsilon)d\varepsilon}{\int_{\delta(H+c)-\bar{v}}^{\infty}\phi(\varepsilon)d\varepsilon}\\&=\gamma\bar{v}-c+\gamma\frac{\phi(\bar{v}-\delta(c+H))}{\Phi(\bar{v}-\delta(c+H))} \qquad (11)\end{aligned}$$

となる。ここに、$\phi(\cdot)$ は正規確率密度関数である。

時刻 t でミーティング相手を探索している個人の期待生涯効用を $V(t)$ と表す。時刻 t にミーティングを開始した場合の期待生涯効用 $\bar{EU}(t,\varepsilon)$ は、

$$\overline{EU}(t,\varepsilon)=\int_t^{\infty}\{\bar{U}(t:T,\varepsilon)\beta\exp\{-\beta(T-t)\}dT \qquad (12a)$$

$$\bar{U}(t:T,\varepsilon)=U(t:T,\varepsilon)+V(t+T)\exp\{-r(T-vt)\} \qquad (12b)$$

となる。さらに ε が確率変数であることを考慮すれば、

$$R(t)=\frac{\int_{\delta(c+H)-\bar{v}}^{\infty}\overline{EU}(t,\varepsilon)\phi(\varepsilon)d\varepsilon}{\int_{\delta(c+H)-\bar{v}}^{\infty}\phi(\varepsilon)d\varepsilon}=EV+\frac{\beta}{r+\beta}V(t) \qquad (13)$$

となる。一方、任意の時刻において、各個人は $E[n/m]$ に関する合理的期待を形成しうると仮定する。このとき、彼が計画するマッティングの主観的実現確率は

$$q(\alpha;\hat{\alpha})\Delta t=(\alpha+\hat{\alpha})E\left[\frac{n}{m}\right]\Delta t \qquad (14)$$

と表せる。したがって個人の最適探索行動は、Bellman の最適性原理より

$$\begin{aligned}V(t)=\max_{\alpha\geq 0,H}&\left\{-C(\alpha)\Delta t+\frac{\pi q\Delta t}{1+r\Delta t}R(t+\Delta t)\right.\\&\left.+\frac{1-\pi q\Delta t}{1+r\Delta t}V(t+\Delta t)\right\} \qquad (15)\end{aligned}$$

となる。ここに $C(\alpha)$ は探索費用関数である。式 (15) の右辺はそれぞれ 1) 探索費用、2) ミーティングに成功した場合の期待生涯効用の現在価値、3) ミーティングに失敗した時の期待生涯効用の現在価値を表す。定常状態で $V(t)=V(t+\Delta t)=V$ が成立すれば次式を得る。

$$rV=\max_{\alpha\geq 0,H}\{-C(\alpha)+\pi q[EV-\rho V]\} \qquad (16)$$

ただし、$\rho=r/(r+\beta)$ である。いま、個人は近視眼的に行動し、$\partial E[n/m]/\partial\alpha=0$ が成立すると仮定する。このとき、最適保留効用水準 H^* は以下の 1 階の最適化条件により定義できる。

$$\frac{\partial\pi(H,\hat{H})\{EV(H)-\rho V\}}{\partial H}=0 \qquad (17)$$

ここで、$EV(H)-\rho V$ は 1 回のマッティングがもたらす期待生涯効用である。式 (10),(11) を用いて最適化条件 (17) を展開すれば H^* は

$$H^*=\rho V \qquad (18)$$

と表せる。個人行動の対称性の仮定より $H^*=\hat{H}^*$ が成立すると考えると、$\pi^*(V)$ 及び $EV^*(V)$ は

$$\pi^*(V)=\Phi(\bar{v}-\delta c-rV) \qquad (19)$$

$$EV^*(V)=\gamma\bar{v}-c+\gamma\frac{\phi(\bar{v}-\delta c-rV)}{\Phi(\bar{v}-\delta c-rV)} \qquad (20)$$

と表せる。一方、個人の最適戦略 α^* は以下の 1 階の最適化条件により定義できる。

$$\frac{\partial C}{\partial\alpha^*}=\pi^*E\left[\frac{n}{m}\right][EV^*-\rho V] \qquad (21)$$

結局、最適探索戦略は探索による限界期待便益と限界費用が等しくなる水準で決定されることになる。

4. ミーティング均衡

ミーティング生成・死滅強度が式 (5),(6) で表されるとき、マッティングされた相手がミーティングを行っていない確率（以下、遭遇確率と呼ぶ）の期待値 $E[n/m]$ は若干の計算により次式のように求まる。

$$E\left[\frac{n}{m}\right]=f\left(\frac{\beta}{\pi(\alpha+\hat{\alpha})}\right) \qquad (22a)$$

$$f(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x^2+4x}-\frac{x}{2} \qquad (22b)$$

いま、すべての個人が主観的期待を修正するインセンティブをもたないような合理的期待均衡に収束したと仮定しよう。このような均衡状態は

$$\frac{\partial C}{\partial\alpha^*}=\pi^*(EV^*-\rho V^*)f\left(\frac{\beta}{2\pi^*\alpha^*}\right) \qquad (23a)$$

$$rV^*=-C(\alpha^*)+2\pi^*\alpha^*(EV^*-\rho V^*)f\left(\frac{\beta}{2\pi^*\alpha^*}\right) \qquad (23b)$$

を同時に満足する $(\alpha^*,\cdots,\alpha^*;V^*,\cdots,V^*)$ として定義できる。式 (23a),(23b) より、次式が成立する。

$$rV^*=(2\eta-1)C(\alpha^*) \qquad (24)$$

ここに、$\eta=\{\partial C(\alpha)/\partial\alpha\}/\{c(\alpha)/\alpha\}$ は費用関数の弾力値であり、均衡効用は探索費用にマークアップ率 $2\eta-1$ を乗じた値となる。

5. おわりに

本研究は 2 人ミーティング過程に焦点を置いたが、モデルを拡張することにより多様なフェイス・ツゥ・フェイスのコミュニケーション行動にアプローチすることが可能である。