第 IV 部門　　室内実験による交通情報の中立性に関する多重仮説検定

鳥取大学大学院　学生員　○安野貴人
京都大学大学院　学生員　都　明植
京都大学大学院　正会員　小林潔司

1．はじめに

本研究では，室内実験に基づいて，ドライバーが学習経験を通じて走行時間に関する合理的期待を形成しても交通情報の効果が消滅しないという交通情報の非中立性命題を検討する．非中立性命題が合理的期待仮説と情報の中立性仮説により構成される結合仮説により表せることを示し，結合仮説を効果的に検定するための多重仮説検定の方法を提案する．

2．仮説検定モデルの定式化

RE 仮説，中立性仮説を検定するための検定モデルを定式化する．メッセージ $e_i \in \eta$ の下で実現した走行実績値，被験者 n の主観的期待値をそれぞれ $\tilde{T}_n(e_i), T^*_n(e_i)$ と表そう．RE 仮説の検定モデルを

$$\tilde{T}_n(e_i) = T^*_n(e_i) + u^i_n \quad (i = 0, 1, \cdots, M; n = 1, \cdots, N) \tag{1}$$

と定式化する．u^i_n は確率誤差項であり $E[u^i_n] = 0$ を仮定する．中立性仮説の検定モデルを

$$T^*_n(e_j) = T^*_n(e_k) + v^{jk}_n \quad (j = 0, \cdots, M-1, k > j; n = 1, \cdots, N) \tag{2}$$

と表す．v^{jk}_n は確率誤差項であり $E[v^{jk}_n] = 0$ が成立すると仮定する．式 (1)，(2) は，主観的期待 $T^*_n(e_i), T^*_n(e_k)$ がそれぞれ $\tilde{T}_n(e_i), T^*_n(e_j)$ の不偏推定量であることを意味している． 2 つの仮説が成立するか否かを検定するために不偏性検定の方法を用いる．そこで，次の回帰式体系を考えよう．

$$\tilde{T}_n(e_i) = \alpha^i_0 + \alpha^i_1 T^*_n(e_i) + u^i_n \tag{3}$$

$$T^*_n(e_j) = \beta^{jk}_0 + \beta^{jk}_1 T^*_n(e_k) + v^{jk}_n \tag{4}$$

$T^*_n(e_i)$ が $\tilde{T}_n(e_i)$ の不偏推定値ならば，$\alpha^i_0 = 0, \alpha^i_1 = 1$ が成立する．すなわち，RE 仮説が成立する．同じく，式 (4) において $T^*_n(e_j)$ と $T^*_n(e_k)$ の間に系統的な誤差が存在しなければ $\beta^{jk}_0 = 0, \beta^{jk}_1 = 1$ である．このとき，中立性仮説が成立する．回帰方程式をベクトル表記する．まず，RE 仮説の検定回帰モデルは

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_0 \\ \boldsymbol{x}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_0 & \boldsymbol{O}_{N,2} & \cdots & \boldsymbol{O}_{N,2} \\ \boldsymbol{O}_{N,2} & \boldsymbol{X}_1 & \cdots & \boldsymbol{O}_{N,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{O}_{N,2} & \boldsymbol{O}_{N,2} & \cdots & \boldsymbol{X}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_0 \\ \boldsymbol{\alpha}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_0 \\ \boldsymbol{u}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}_M \end{bmatrix} \tag{5}$$

または、$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{u}$ と表現できる．ベクトル $\boldsymbol{x}_i = (\tilde{T}_1(e_i), \cdots, \tilde{T}_N(e_i))'$ はメッセージ e_i の下での走行実績値ベクトルである．$\boldsymbol{X}_i = [\boldsymbol{l}_N, \boldsymbol{T}^*(e_i)]$ はメッセージ e_i の主観的期待行列を表し，単位列ベクトル $\boldsymbol{l}_N = (1, \cdots, 1)'$ と主観的期待ベクトル $\boldsymbol{T}^*(e_i) = (T^*_1(e_i), \cdots, T^*_N(e_i))'$ で構成される．$\boldsymbol{O}_{N,2}$ は $(N \times 2)$ ゼロ行列である．$\boldsymbol{u}_i = (u^i_1, \cdots, u^i_N)'$，$\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha^i_0, \alpha^i_1)'$ である．つぎに，中立仮説の回帰式 (4) の表記を簡略化するために，添字 $(j, k) = \{(0,1), (0,2), \cdots, (0, M), (1,2), \cdots, (M-1, M)\}$ に対して新しい添字 $c = \{1, \cdots, S\}$ を対応させよう．$S = M(M+1)/2$ である．この時，中立性仮説は

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_1 & \cdots & \boldsymbol{O}_{N,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{O}_{N,2} & \cdots & \boldsymbol{Y}_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}_S \end{bmatrix} \tag{6}$$

または、$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{v}$ と表せる．$\boldsymbol{y}_c = (T^*_1(e_{j(c)}), \cdots, T^*_N(e_{j(c)}))$，$\boldsymbol{Y}_c = [\boldsymbol{l}_N, \boldsymbol{T}^*(e_{k(c)})]$，$\boldsymbol{T}^*(e_{k(c)}) = (T^*_1(e_{k(c)}), \cdots, T^*_N(e_{k(c)}))'$ である．$j(c), k(c)$ はペア c における j と k を表す．$\boldsymbol{v}_c = (v^c_1, \cdots, v^c_N)'$，$\boldsymbol{\beta}_c = (\beta^c_0, \beta^c_1)'$ である．この時，RE 仮説 H^R_0 は次式で定式化できる．

$$H^R_0 : \boldsymbol{\alpha}_0 = \boldsymbol{\alpha}_1 = \cdots = \boldsymbol{\alpha}_M = \boldsymbol{r}$$

ただし，$\boldsymbol{r} = (0, 1)'$ である．一方，中立性仮説 H^W_0 は

$$H^W_0 : \boldsymbol{\beta}_1 = \cdots = \boldsymbol{\beta}_S = \boldsymbol{r}$$

と定式化できる．記述の便宜上、次式を定義する．

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha}_0 - \boldsymbol{r} \\ \boldsymbol{\alpha}_1 - \boldsymbol{r} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\alpha}_M - \boldsymbol{r} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{r} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_S - \boldsymbol{r} \end{bmatrix}$$

3．多重仮説検定の方法

Step 0 として，RE 検定モデル (5) と中立性検定モデル (6) を合成したつぎの回帰式体系を推定する．

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ \boldsymbol{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{O}_{b,g} \\ \boldsymbol{O}_{q,f} & \boldsymbol{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{v} \end{bmatrix} \tag{7}$$

または、$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{w}$ と表せる。ただし，$b = (M+1)N$，$g = 2S$，$q = S \cdot N$，$f = 2(M+1)$ である．$\boldsymbol{O}_{l,m} : l \times m$ 次元ゼロ行列である．検定回帰モデル (7) の誤差項の間には相関関係があり，回帰モデルは見かけ上無関係な回帰 (SUR) モデルになっている．

Takato YASUNO, Myungsik DO, Kiyoshi KOBAYASHI

各回帰式の誤差項間の相関構造を表す共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma} = [\sigma_{ij}]$ の推定量の各要素は$\hat{\boldsymbol{u}}_i'\hat{\boldsymbol{u}}_j/N$, $\hat{\boldsymbol{u}}_i'\hat{\boldsymbol{v}}_j/N$, $\hat{\boldsymbol{v}}_i'\hat{\boldsymbol{u}}_j/N$, $\hat{\boldsymbol{v}}_i'\hat{\boldsymbol{v}}_j/N$ と表される. $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$を用いれば, SUR モデル (7) の共分散行列の一致推定量は$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}} \otimes \boldsymbol{I}_N$ と表せる. $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$は, RE 仮説モデルと中立性仮説モデルに基づいて次のようにブロック分割できる.

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{RR} & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{RW} \\ \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{WR} & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{WW} \end{bmatrix}$$

Step 1 では; 中立性仮説をひとまず無視して, RE 仮説のみに着目した一部の検定を実施する. Step 1 における帰無仮説, 対立仮説は次式で定義できる.

$$H_0^R : \boldsymbol{g} = \mathbf{o}, \quad H_1^R : \boldsymbol{g} \neq_{or} \mathbf{o}$$

記号 $\neq_{or}$は少なくともひとつの等号が成立しないことを表す。ここで, $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$の逆行列に含まれた第$ij(i,j = 1, \cdots, M)$ 要素のブロックを$\hat{\boldsymbol{\Omega}}^R = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{RR} \otimes \boldsymbol{I}_N$と表そう. ただし, $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{RR} = (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{RR} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{RW}\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{WW}^{-1}\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{WR})^{-1}$, $\boldsymbol{I}_N$: N次元単位正方行列である. $\boldsymbol{\alpha}$の LFGLS 推定量は$\hat{\alpha} = \left(\boldsymbol{X}'\hat{\boldsymbol{\Omega}}^R\boldsymbol{X}\right)^{-1}\boldsymbol{X}'\hat{\boldsymbol{\Omega}}^R\boldsymbol{x}$ と表せる. この時, RE 仮説 H_0^Rを H_1^Rに対して検定するための統計量

$$F^R = \frac{(\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha}^*)'\boldsymbol{X}'(\boldsymbol{\Sigma}^{RR} \otimes \boldsymbol{A})\boldsymbol{X}(\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha}^*)/f}{\hat{\boldsymbol{w}}'(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \otimes \boldsymbol{I}_N)\hat{\boldsymbol{w}}/(b-g)} \quad (8)$$

は自由度 $(f, b-g)$ の F分布に従う.$b = Z \cdot N$:標本総数, $f = 2(M+1)$, $g = f + S$, $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}_N - N^{-1}\boldsymbol{l}_N\boldsymbol{l}_N'$ である. $\boldsymbol{\alpha}^* = (\boldsymbol{r}', \cdots, \boldsymbol{r}')'$, $\hat{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\alpha}}$である. $F_{\varphi_1}(f, d-f)$を$\varphi_1 \cdot 100\%$棄却水準とした場合, $F^R \geq F_{\varphi_1}$であれば, RE 仮説を水準φ_1で棄却できる. 仮説 H_0^Rが採択されれば, **Step 2** へ進む.

次に、RE 仮説 H_0^Rが維持されることを課した結合仮説の帰無仮説 $H_0^{W|R}$とその対立仮説 $H_1^{W|R}$は,

$$H_0^{W|R} : H_0^R \,\&\, \boldsymbol{h} = \mathbf{o}, \quad H_1^{W|R} : H_0^R \,\&\, \boldsymbol{h} \neq_{or} \mathbf{o}$$

と表現できる. RE 仮説の成立を前提とした中立性仮説の検定を行うために, まず RE 仮説と中立仮説を総合した結合仮説 H_0^Mの検定統計量を定式化する. この場合, 検定すべき帰無仮説, 対立仮説は

$$H_0^M : \boldsymbol{g} = \mathbf{o} \,\&\, \boldsymbol{h} = \mathbf{o},\ H_1^M : \boldsymbol{g} \neq_{or} \mathbf{o}\ or\ \boldsymbol{h} \neq_{or} \mathbf{o}$$

と表現できる. (7) の LFGLS 推定量は, $\hat{\gamma} = \left(\boldsymbol{W}'\hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{W}\right)^{-1}\boldsymbol{W}'\hat{\boldsymbol{\Omega}}^{-1}\boldsymbol{z}$ と表せる。結合仮説 H_0^Mに対する検定統計量

$$F^M = \frac{(\hat{\gamma} - \gamma^*)'\boldsymbol{W}'(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \otimes \boldsymbol{A})\boldsymbol{W}(\hat{\gamma} - \gamma^*)/g}{\hat{\boldsymbol{w}}'(\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1} \otimes \boldsymbol{I}_N)\hat{\boldsymbol{w}}/(b-g)} \quad (9)$$

は自由度 $(g, b-g)$ の F分布に従う. b :標本総数, $g = f + S$である. $F_{\varphi_2}(g, b-g)$を$\varphi_2 \cdot 100\%$棄却水準とした場合, $F^M \geq F_{\varphi_2}$であれば, 結合仮説 H_0^Mを水準φ_2で棄却できる. $\boldsymbol{\gamma}^* = (\boldsymbol{r}', \cdots, \boldsymbol{r}')'$, $\hat{\boldsymbol{w}} = \boldsymbol{z} - \boldsymbol{W}\hat{\gamma}$ である. 段階的な検定統計量 $F^{W|R}$は次式で表せる.

$$F^{W|R} = F^M - F^R \quad (10)$$

$F^{W|R}$は自由度 2 の F分布に従う. もし, $F^{W|R} > F_{\varphi_S}(S, b-g)$ ならば水準$\varphi_S = 1 - (1-\varphi_1)(1-\varphi_2)$ で, RE 仮説の採択と同時に中立性仮説を棄却できる.

表－ 1: **Step 2** の検定結果

α_1^0	α_1^1	α_1^2	β_1^1	β_1^2	β_1^3
.912	.815	.918	.953	.947	1.017
(-2.34)	(-1.88)	(-2.02)	(-3.58)	(-1.91)	(.59)
F^M	$F^{W\|R}$	R_Z^2	-	-	-
10.033	8.175	.996	-	-	-

累積選択回数は、(e_0, e_1, e_2) の各々に対して $(11, 11, 9)$ である。R_Z^2は McElroy の決定係数である。誤差項の平均をゼロに補正するため定数項α_0^i, β_0^iはゼロとなるのでその記載を省略した。

4. 実験方法と検定結果

本研究では, 飯田型実験を採用する. 実験方法自体に新規性はない. 実験では, 2つの代替的経路間の選択問題を考える. 経路 1 に都市内を通過する街路を, 経路 2 に迂回するものの容量が大きい道路を想定する. どの経路もドライバーが事前に知りえない内々交通量と彼らの選択結果により変動する. 公共主体は, 事前に生起している内々交通量を観測でき, それに基づいて経路 1 の渋滞の有無を通知する. 仮想的な渋滞情報システムを採用し, そのメッセージ集合は情報なしϕ, e_1 :「経路 1 渋滞中」, e_2 :「経路 1 非渋滞」である. 渋滞情報の選択ルールは, ラウンド t において, 経路 1 の内々交通量 $N_{1,t}$を観測した時, ある閾値 h に基づいて, $N_{1,t} \geq h$ ならば e_1を, $N_{1,t} < h$ ならば e_2を提示する.

多重仮説検定の結果をる. 表-1に示す. 段階的検定を統合的有意水準 0.01 で行う場合、$\varphi_1 = \varphi_2 = 0.005$ と設定すればよい。$N = 56$ である. $F^R > F_{\varphi_1}(3, 330)$ ならば $100 \cdot \varphi_1\%$で RE 仮説を棄却できる。$F^M > F_{\varphi_2}(6, 330)$ ならば、$100 \cdot \varphi_2\%$で仮説 H_0^Mを棄却できる。段階的検定では、$F^{W|R} > F_{\varphi_S}(3, 330)$ ならば、$100 \cdot \varphi_S\%$有意で仮説 $H_0^{W|R}$を棄却できる。臨界値は $F_{.005}(3, 330) = 4.28$,$F_{.005}(6, 330) = 3.09$,$F_{.01}(3, 330) = 3.78$ である。検定結果は、RE 仮説が 0.5%で採択されており、結合仮説は 0.5%で棄却されている。段階的検定を行えば、統合的な水準 1%のもとで RE 仮説を採択すると同時に中立性仮説を棄却できる。

5. おわりに

本研究では, 道路交通情報システムがドライバーの経路誘導効果を有するか否かを室内実験を通じて検討する方法を提案した. 室内実験の結果, 交通情報の中立性仮説は棄却され, 本実験に関する限り交通情報は経路誘導効果を有することが判明した.