

神戸大学工学部 正会員 富田安夫
 神戸大学工学部 学生会員 島中 仁
 神戸大学工学部 学生会員 ○野村朋之

1. はじめに

都市圏内には、土砂を搬出する工事（搬出工事）および搬入する工事（搬入工事）が同時に多数行われている。土砂採取場や処分場の不足の緩和、あるいは土砂輸送交通による環境負荷を軽減するため、工事間再利用が求められており、そのための最適土砂輸送計画を立案するモデルとして「工事間土量配分モデル」がいくつか提案されている。しかしながら、現実の都市圏内には膨大な工事が存在することから、都市圏全体を対象としたモデルの適用は計算容量および計算効率からみて困難であると言わざるを得ない。

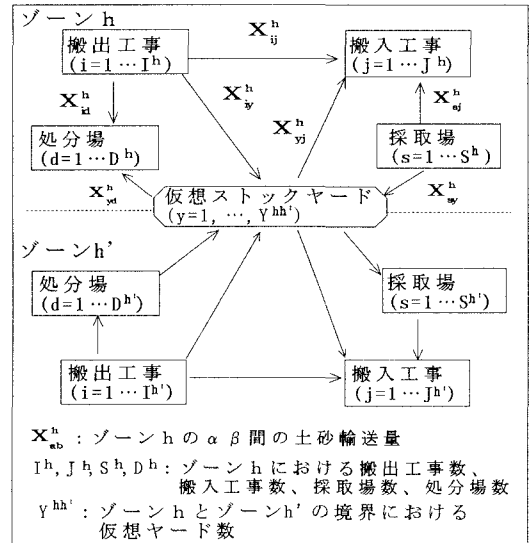
本研究では、富田・寺嶋¹⁾の工事間土量配分モデルに対して、Dantzig—Wolfeの分解原理²⁾を適用し、都市圏を細分化したゾーンにおける最適化問題（部分問題）と、個々のゾーンの最適解を調整して全体として最適解を導く問題（統合問題）との2段階の空間階層化を行い、これによって、モデルの大規模問題への適用可能性を広げることを目的としている。

2. 工事間土量配分モデル

工事間土量配分モデルとは、都市圏内の多数の搬出工事、搬入工事、土砂採取場、処分場、再利用施設としての土質改良プラントおよびストックヤードにおける土砂の最適な輸送計画を立案するものであり、その際、工事間での土砂の再利用を考えるにあたって、搬出工事および搬入工事間において、土量、土質、時期の3条件が一致することが必要となる。富田・寺嶋のモデルではこれら3条件を含んだ一般的な定式化がなされているが、本稿では、空間階層化に着目しているため、土質および時期については省略するが、これらを含めたモデルに対しても、同様の空間階層化が可能である。

都市圏内の2ゾーンを取り出して、建設土砂の流れを模式的に示したものが図—1である。

ここでは、土質および時期を省略しているため、土質改良施設としての土質改良プラントや、時期調整の施設としてのストックヤードが省かれており、搬出工事、搬入工事および採取場、処分場における土砂の流れが示されている。さらに、Danzig—Wolfeの分解原理を適用するために、ゾーン境界において、利用料金およびストック容量がゼロである「仮想ヤード」を新たに設定し、これを介してゾーン間の最適解の調整がなされるようになっている。図—1における土砂輸送に関わる総費用（輸送費用+採取費用+処分費用）を最小化するモデルを定式化しているが、富田・寺嶋モデル¹⁾を簡略化したものであるため、その詳細についてはここでは割愛する。



図—1 建設発生土の輸送パターン

3. モデルの空間階層化および計算方法

(1) 工事間土量配分モデルの行列表記

工事間土量配分モデルを行列表記したものが図—2である。式(1)は総費用を表す目的関数、式(2)(3)は搬出・搬入工事の土量制約式、式(4)は仮想ヤードにおけるストック土量がゼロとなるための制約式を表している。

なお、便宜上、2ゾーンのモデルとして表現しているが、容易に一般化することが可能である。

$Z = [C^1][X^1] + [C^2][X^2] \rightarrow \min$	(1)
s.t. $[A^1][X^1]$	$= [B^1]$ (2)
$[A^2][X^2]$	$= [B^2]$ (3)
$[D][X^1] + [E][X^2]$	$= 0$ (4)
$[C^h]$: hゾーンの目的関数の費用係数ベクトル $[X^h]$: hゾーンの決定変数ベクトル $[A^h]$: 仮想ヤードを除くhゾーンの係数行列 $[B^h]$: 仮想ヤードを除くhゾーンの定数項ベクトル $[D]$: ゾーンhの仮想ヤードの係数行列 $[E]$: ゾーンh'の仮想ヤードの係数行列	

図-2 工事間土量配分モデルの行列表記

このモデル式は、ゾーンごとの個別制約式(式(2),(3))と、ゾーンを関連づける共通制約式(式(4))によって構成されている。このような問題は、Dantzig-Wolfeの分解原理を用いれば、式(1)~(4)を直接解くのではなく、各ゾーンごとの問題(部分問題)と、この解をもとに共通制約式を満たすような都市圏全体の解を求める問題(統合問題)に階層化することができる。ここで、部分問題は、(5),(6)式と表せる。

$$z_1 = [C^1][X^1] \rightarrow \min \quad \text{s.t.} [A^1][X^1] = [B^1] \quad (5)$$

$$z_2 = [C^2][X^2] \rightarrow \min \quad \text{s.t.} [A^2][X^2] = [B^2] \quad (6)$$

これら部分問題のすべての基底可能解(端点)の集合を $[X^1]_1, \dots, [X^1]_k$ および $[X^2]_1, \dots, [X^2]_L$ とすれば、各部分問題の任意の解は、基底可能解の線形結合としてに次のように表すことができる。

$$[X^1] = \lambda_1^1[X^1]_1 + \dots + \lambda_k^1[X^1]_k = \sum_{k=1}^k \lambda_k^1[X^1]_k \quad (\text{但し } \sum_{k=1}^k \lambda_k^1 = 1, \lambda_k^1 \geq 0)$$

$$[X^2] = \lambda_1^2[X^2]_1 + \dots + \lambda_L^2[X^2]_L = \sum_{l=1}^L \lambda_l^2[X^2]_l \quad (\text{但し } \sum_{l=1}^L \lambda_l^2 = 1, \lambda_l^2 \geq 0)$$

この部分問題の解は共通制約式を満たすように調整される必要があることから、改めて元の問題である式(1)~(4)に代入したものが統合問題であり式(7)~(10)として表される。以上により、モデル式(1)~(4)は、各ゾーンに関する部分問題(式(5),(6))と、都市圏全体に関する統合問題(式(7)~(10))

との2段階に空間階層化されたことになる。

$$z = \sum_{k=1}^K \lambda_k^1 [C^1][X^1]_k + \sum_{l=1}^L \lambda_l^2 [C^2][X^2]_l \rightarrow \min \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^K \lambda_k^1 [D][X^1]_k + \sum_{l=1}^L \lambda_l^2 [E][X^2]_l = [0] \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^1 = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{l=1}^L \lambda_l^2 = 1 \quad (10)$$

$$\lambda_k^1, \lambda_l^2 \geq 0$$

(2) 空間階層化モデルの計算手順

各部分問題の基底可能解がすべて求められておれば、これを用いて統合問題を解くことによりモデルの解が得られることになるが、実際にはすべての基底可能解を求めておくことは困難であることから、いくつかの基底可能解を初期基底可能解とし、これを順次改訂しながら解を改善していくことになる。解の更新の考え方は改訂シンプレックス法と同様である。具体的には、1)初期基底解の設定、2)統合問題の解の算定、3)部分問題の解の算定、4)最適解の手順に従って最適解を求める。

なお、適用例として、搬出工事9カ所、搬入工事9カ所、採取場3カ所、処分場3カ所からなる都市圏を想定し、これを3ゾーンに分割して空間階層化を行なった。その結果、空間階層化を行った場合と行わなかった場合とで解が一致することを確認している。

4. おわりに

本稿では、Dantzig-Wolfeの分解原理を用いて工事間土量配分モデルの空間階層化を行った。その結果、モデルの大規模問題への適用可能性を高めることができた。

(参考文献)

- 1) 富田・寺嶋：工事開始時期と工期の調整を考慮した建設残土輸送計画モデル，土木計画学研究・論文集、No.13, 1996
- 2) Dantzig, G.B. : Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, 1963 (小山訳：線形計画法とその周辺，ホルトサウンダース，1983)