第IV部門　土地の結合生産を考慮した住宅購入モデルに関する一考察

京都大学大学院　学生員　○栗野盛光
京都大学大学院　正会員　小林潔司

1. 研究の目的

日本では1980代後半から1990代前半にかけてバブル経済が発生しそして崩壊した。この間、株や地価などの資産価格が大幅に変動した。このような経済変動は住宅価格の高騰あるいは下落を通じて家計の行動に大きな影響を及ぼし、それと同時に家計の行動が経済状態の変動ももたらしたと考えられる。住宅の顕著な特性として二重の性質がある。つまり、住宅サービス（使用価値）と資産としての住宅（資産価値）である。換言すれば、生産要素としての土地が、住宅用地としてのサービスを提供すると同時に、資産としての価値も生み出している。これは土地がフローとしての使用価値とストックとしての資産価値を結合生産 (joint production) していることを意味している。本研究では、この土地の結合生産を明示的に考慮した住宅購入モデルを定式化し、さらに、このような家計行動によってもたらされる需要構造が、通常の需要構造とは異なる性質を持っていること理論的に解明することとする。すなわち、住宅価格の変化が家計の嗜好の変化をもたらし、需要体系そのものを変化させることを明らかにする。

2. モデル化の前提

家計は現在と将来の２期間にわたって定義される効用関数を有すると仮定する。現在を期間１、将来を期間２とする。家計は２期間にわたる予算制約に従って効用を最大化する。かつ不確実性下の意思決定主体としての家計は危険回避者であり、将来の資産に関する効用の期待値を最大にしようとする。また、家計は住宅を期間１に購入、期間２に売却する。住宅を危険資産、金融資産を安全資産であるとする。

3. モデルの定式化

家計が購入する住宅の敷地規模を h とする。家計が購入した住宅は住宅サービスの消費と資産の形成の双方に利用されると考える。住宅以外のすべての消費財を含む合成財の消費量を x とする。合成財はニューメレール財に選ばれており、その価格は１である。住宅の期間１における価格を p とし、期間２で当該の家計が保有する資産価値の合計を $W(\theta)$ により表現する。ここに、θは期間２における経済状態を表す確率変数であり、期間１において家計は期間２の資産価値を確定的には把握できないと考える。家計の効用関数は期間１における消費と期間２における資産価値に関して加法分離可能であると考え、次式のように定式化する。

$$u(x,S,h) = U(x,h) + E[V(W(\theta))] \tag{1}$$

ここで、$E[V(\cdot)]$は、期間２の経済状態（住宅の収益率θで表現される）を表す確率変数である。上記の効用関数の第１項は期間１の効用を表し、合成財の消費と住宅サービスの消費によって表現される。第２項には期間２の資産価値の現在価値を表す。期間１での家計の予算制約は、所得をy_1、金融資産（利子率$r, 0<r<1$）への投資をS（Sが正の場合貯蓄、負の場合借金を表す。）とすれば、次式で表される。

$$y_1 = x + ph + S \tag{2}$$

一方、期間２における資産 $W(\theta)$ は、

$$W(\theta) = (1+r)S + (1+\theta)ph \tag{3}$$

となる。ここに、第１項は安全資産である金融資産の保有量であり、第２項は住宅の資産価値を表す。家計は、式 (1) で表される合成財の消費と住宅の使用から得られる効用と、将来の資産に関する期待効用の和が最大となるように式 (2)、式 (3) の下で、合成財 x、住宅 h、金融資産 Sを選択する。

ラグランジェ関数を次式のようにおく。

$$L = U(x,h) + E[V(W(\theta))] + \lambda(y_1 - x - S - ph) \tag{4}$$

内点解を仮定すれば、一階の必要条件は、

$$\begin{aligned} L_x &= U_x - \lambda = 0 && (5)\\ L_h &= U_h + E[(1+\theta)p\frac{\partial V}{\partial W}] - \lambda p = 0 && (6)\\ L_S &= E[(1+r)\frac{\partial V}{\partial W}] - \lambda = 0 && (7)\\ L_\lambda &= y_1 - x - S - ph = 0 && (8) \end{aligned}$$

となる。ラグランジェ乗数λは所得の限界効用を表している。式 (5) ～ (7) より、ラグランジェ乗数を消去し、さらに効用関数の$U(x,h)$の序数的性質と期待効用関数$E[V(W(\theta))]$の基数的性質に留意して、次の一つの関係式が得られる。

$$E[\theta] = r - \frac{cov(V',\theta)}{E[V']} - \frac{1+r}{p}\cdot\frac{U_h}{U_x} \tag{9}$$

ここに、$cov(V',\theta)$ は$V'(\theta)$とθの共分散である。この式は期間２において収益率を評価したものである。この式によると、住宅資産の期待収益率は３つの要素に分解できる。すなわち、右辺第１項の安全資産である金融資産の収益率rと、第２項のリスクプレミアムと、第３項の単位住宅価格当たりの合成財 x の住宅 h に関する限界代替率である。つまり、最適な資産選択として、住宅の期待収益率 $E[\theta]$ は、リスクが伴うのを償うため金融資産の収益率 rにリスクプレミアムを上乗せして、

Morimitsu KURINO, Kiyoshi KOBAYASHI

さらにその住宅資産は住宅サービスも同時に提供するので、住宅の使用性の価値を引いたものに等しくなる。

(1) 比較静学分析

住宅価格の変化が住宅需要に及ぼす影響を分析するために住宅価格に関する比較静学分析を試みる。一階の必要条件である式 (5) ～ (8) を全微分し、適当な式変形を施すことにより、次式が得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial p}+h\frac{\partial h}{\partial y_1}=\left.\frac{\partial h}{\partial p}\right|_{u=const}+\frac{E[(1+\theta)hV']}{\lambda}\frac{\partial h}{\partial y_1} \tag{10}$$

上式において、左辺第 1 項は価格効果、左辺第 2 項は所得効果、右辺第 1 項は代替効果である。右辺第 2 項は住宅価格の変化により家計の嗜好の変化による住宅需要の変化を表す。右辺第 2 項を無視すれば、式 (10) は伝統的消費理論におけるスルツキー方程式に他ならない。式 (10) は、住宅財が住宅サービスと資産価値の双方を同時生産する場合、住宅価格の変化が通常の財と同様に所得効果と代替効果を引き起こすと同時に、家計の嗜好を変化させ需要体系そのものを変化させることを表している。財価格が嗜好を変化させる現象は、制度学派の経済学者ソースタイン⇨ヴェブレンが主張した命題であり、右辺第 2 項をヴェブレン効果と呼ぶことにする。式 (10) は土地という財が使用価値と資産価値という 2 つの価値を同時生産する場合、住宅価格の変化が住宅需要にもたらす効果が、所得効果、代替効果、ヴェブレン効果という 3 つの効果に分解できることを表しており、式 (10) を一般化スルツキー方程式と呼ぶこととする。

住宅価格の変化が住宅需要に及ぼす影響は 3 つの効果に分解できるが、それぞれの効果がどのような影響を与えるかに関して以下の命題が成り立つ。以下の命題で用いられる、絶対的危険回避減少関数は単調減少関数であるという仮説は、家計の危険回避行動に関する合理的な仮説としてアローとプラットが提案した。この仮説が意味するのは、資産 $W(\theta)$ の量が増えるにつれて、資産の絶対的な変動幅に対する危険回避の程度が小さくなるということである。

[命題] 住宅価格の変化が住宅需要に及ぼす影響は、代替効果、所得効果、ヴェブレン効果に分解され、それぞれの効果は以下のように評価できる。

一般化スルツキー方程式は、

$$\frac{\partial h}{\partial p}=\left.\frac{\partial h}{\partial p}\right|_{u=const.}-h\frac{\partial h}{\partial y_1}+\frac{E[(1+\theta)hV']}{\lambda}\frac{\partial h}{\partial y_1} \tag{11}$$

である。家計が絶対的危険回避減少型の選好を有すれば、

代替効果は、$\left.\frac{\partial h}{\partial p}\right|_{u=const.}$ の符号は定まらない。

所得効果は、$-h\frac{\partial h}{\partial y_1}<0$

ヴェブレン効果は、$\frac{E[(1+\theta)hV']}{\lambda}\frac{\partial h}{\partial y_1}>0$

となる。ゆえに、住宅価格の変化が住宅需要に及ぼす影響は、所得効果が負、ヴェブレン効果が正の影響を与える。また、代替効果の符号は一意には定まらない。(Q.E.D.)

この命題より、住宅価格の変化が住宅需要に及ぼす影響は一意的には評価できない。代替効果、所得効果とヴェブレン効果の間の相対的な大小関係に依存する。

4. モデルの特定化

前節で示した効用関数を具体的に特定化し、需要関数を導出する。

$$\max_{x,h,s}\quad u(x,h,s)=a\log x+b\log h+\beta\log W \tag{12}$$
$$,\ a+b=1\ ,\ 0<\beta<1$$

$$\text{s.t.}\quad W=(1+r)S+p^*h \tag{13}$$

$$x+ph+S=y_1 \tag{14}$$

ここで、p は期間 1 の住宅価格、$p^*=(1+\theta)p$ は期間 2 の住宅価格である。効用関数として対数線形効用関数を用いている。θは期間 2 の経済状態を表す確率変数である。また、βは効用の割引率である。内点解を仮定し、1 階の必要条件を解くことにより次の需要関数が求められる。

$$x=\frac{a}{1+\beta}y_1 \tag{15}$$

$$h=\frac{by_1}{(1+\beta)(p-\frac{p^*}{1+r})} \tag{16}$$

$$S=\frac{y_1}{1+\beta}\frac{\beta p-\frac{b+\beta}{1+r}p^*}{p-\frac{p^*}{1+r}} \tag{17}$$

これらの需要関数は、その形式より通常の需要関数が満足するような価格と所得に関して 0 次同次性が成り立たないことは明らかである。すなわち、所得と財の価格が比例的に増大（減少）した場合、財や住宅に対する需要が変化することを表している。つまり、このことは土地という財が使用価値と資産価値という 2 つの価値を同時生産する場合、インフレーション（デフレーション）過程により家計の嗜好変化が生じ、需要構造が体系的に変化することを意味している。

5. おわりに

本研究では、土地の結合性産を考慮した住宅購入モデルを定式化することにより、住宅価格の上昇が家計の嗜好の変化をもたらし、住宅の需要増大をもたらすというヴェブレン効果が存在することが判明した。

参考文献

P. J. Kalman:Theory of consumer behavior when prices enter the utility function,*Econometrica*,Vol.36,No.3-4,pp.497-510,1968