

立命館大学大学院

学生員○澤田裕子

立命館大学理工学部

正会員 江頭進治

株)日本建設コンサルタント 正会員 吉栖雅人

立命館大学大学院

学生員 伊藤隆郭

1. はじめに 養浜や貯水池堆砂対策あるいは濁水軽減対策に関連して、人工水路による土砂輸送問題の解明は重要である。ここでは、固定床土上における砂の移動形態、および、各移動形態における流砂量、とりわけ最大流砂量について検討する。

2. 支配方程式と応力モデル 非圧縮性連続体の2次元等流状態における運動量保存則は、図-1を参照し、土石流に関する構成則を用いれば、次式で与えられる¹⁾。

$$\left\{ \int_z^{h_t} \rho(\sigma/\rho - 1)cg \cos \theta dz - p_d \right\} \tan \phi_s + \tau_f + \tau_d = \int_z^{h_t} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_t}^h \rho g \sin \theta dz \quad (1)$$

$$\tau_f = k_f \rho (1 - c)^{5/3} c^{-2/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2, \quad \tau_d = k_d \sigma (1 - e)^2 c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2, \quad p_d = k_d \sigma e^2 c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2 \quad (2)$$

ここに、 ϕ_s : 砂粒子の内部摩擦角、 θ : 水平とのなす角、 ρ : 水の密度、 σ : 砂粒子の密度、 c : 砂粒子の体積濃度、 d : 砂粒子の粒子径、 e : 砂粒子の反発係数、 g : 重力加速度、 h_t : 固定床から水面までの高さ、 h_s : 砂層厚、 k_f, k_d : 実験定数でそれぞれ0.16, 0.0828のようである。以下、議論を簡単にするために、 $c = \text{const}$ と仮定する。

3. 砂の移動形態および領域区分 砂と固定床の摩擦角を $\phi_{sb} (< \phi_s)$ とする。議論を簡単にするために、 ϕ_s は 40° 程度、 ϕ_{sb} は 20° 程度のものを考える。さて、固定床上において降伏応力 τ_y は、 ϕ_s, ϕ_{sb} の2つの摩擦角の違いにより不連続になる。これらをそれぞれ $\tau_{y0}(\phi_s)$ 、 $\tau_{y0}(\phi_{sb})$ のように表し、 $z=0$ における外力を τ_0 とする。 $z=0$ で $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$ のとき、 $z=h_p$ より上層においては砂層

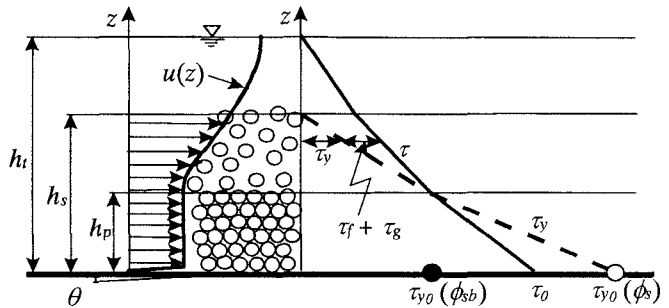


図-1 流れのモデル

内部に流動応力が存在するため shear flow が形成される。一方、 $0 < z < h_p$ においては内部に流動応力が存在しないが、 $z=0$ において $\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb})$ に相当する流動応力が生じるため plug flow が形成される。また、滑面上の shear flow は、 $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s) < \tau_0$ の時に形成され、 $\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s)$ の時、通常の移動床の状態となる。なお、plug flow の形成領域は次式で与えられる¹⁾。

$$\frac{\tan \theta}{c\alpha} < \frac{h_s}{h_t} < \frac{c\alpha + (c - c)\beta - \tan \theta}{c\beta(c\alpha - \tan \theta)} \tan \theta \quad (3)$$

ここに、 α, β は文献(1)に示す記号に同じである。さて、式(3)の h_s/h_t の上限値は下層が動かない限界の層厚を意味し、下限値は砂層全体が shear flow となるとき最大の層厚である。図-2は、固定床上における砂の移動形態の領域区分を示したものである。計算では、 $\phi_s = 38.5^\circ$, $\phi_{sb} = 20.0^\circ$, $c = 0.52$ などを用いてる。

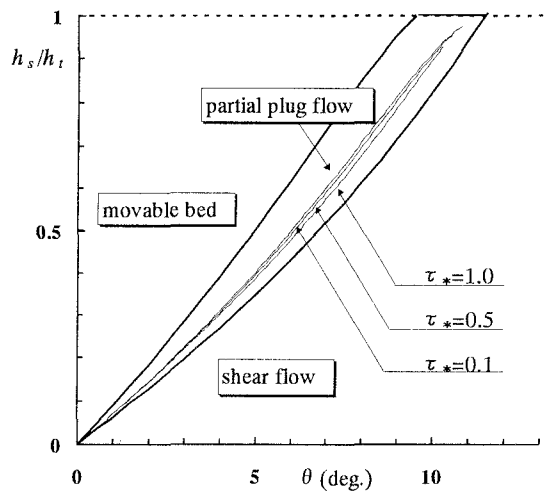


図-2 砂の移動形態の領域区分図

4. 流砂量の最大値 どの流砂形態のとき流砂量が最大になるのか調べる。いま、shear flow および partial plug flow での流砂量関数を Φ_s, Φ_p とおくと、これらはそれぞれ次式で与えられる¹⁾。

$$\Phi_s = \left(\frac{4}{15} P_1 - \frac{2}{3} P_2 \right) \tau_*^{3/2} + P_3 \tau_*^2 \quad (4)$$

$$= f(\tau_*, \theta, h_s/h_t, \phi_s, \phi_{sb}, \dots)$$

$$\Phi_p = \frac{4}{15} T_1 \tau_*^{5/2} + T_2 \tau_*^2 = f(\tau_*, \theta, h_s/h_t, \phi_s, \phi_{sb}, \dots) \quad (5)$$

ここに、 $\tau_* = u_*^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\}$, $\Phi = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}$

$$P_1 = c \frac{\sigma/\rho - 1}{(\sin \theta)^{3/2}} \left(\frac{A_1}{A_3} \right)^2 \left\{ \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^{5/2} - \left(\frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \frac{h_s}{h_t} \right)^{5/2} \right\}$$

$$P_2 = c \frac{\sigma/\rho - 1}{(\sin \theta)^{3/2}} \frac{A_1}{A_3} \frac{h_s}{h_t} \left\{ \frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{\delta_s}{h_t} \right) \right\}^{3/2}$$

$$P_3 = c \frac{\delta_s (gd)^{1/2}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho - 1)^{3/2}}{\sin \theta} \frac{h_s}{h_t} \left(1 - \frac{c\beta}{\tan \theta} \frac{h_s}{h_t} \right)$$

$$T_1 = \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{1}{(c\alpha - \tan \theta)^2} \left(\frac{\sigma/\rho - 1}{\cos \theta} \right)^2 \left(1 - \frac{h_s}{h_t} \right)^{5/2}$$

$$T_2 = B \frac{\delta_s (gd)^{1/2}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho - 1)^{3/2}}{\sin \theta} \left\{ c - c \frac{c\alpha - \tan \theta}{c\alpha - \tan \theta} \left(1 - \frac{h_s}{h_t} \right) \right\}$$

$$A_1 = f_f + f_g - f_d \tan \phi_s, \quad A_2 = (1 - h_s/h_t)(h_t/d)^2 \sin \theta$$

$$A_3 = [(\sigma/\rho - 1)c \tan \phi_s - \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\} \tan \theta] \cos \theta (h_t/d)^2$$

$u_* \delta_s / \nu = \delta_*$, $u_* = \sqrt{(\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb}))} / \rho$, δ_s は無次元粘性底層厚である。

さて、 Φ_s, Φ_p は、 $\tau_*, \theta, h_s/h_t, \phi_s, \phi_{sb}$ などの関数である

¹⁾。ここで、 $\phi_s = 38.5^\circ$, $\phi_{sb} = 20.0^\circ$ を与え、固定床開水路上において全流量と勾配を一定に保ち、砂粒子と水の混合物を流し、砂粒子の濃度を増加させていくときの現象を考える。これは、 $\tau_* = \text{const}$ かつ、 $\theta = \text{const}$ として h_s/h_t を増加させることと等価な条件である。このとき、 Φ の引数は層厚比 h_s/h_t のみとなるから、 Φ の特性は、 h_s/h_t に対する Φ の変化率を見ることによって分かる。そこで、 h_s/h_t に対する Φ の変化率、および Φ を計算し、図-3、および図-4 に示す。計算には、 $\tau_* = 0.5$, $\theta = 8^\circ$, $\sigma/\rho = 2.65$, $c_s = 0.52$, $c = 0.26$, $\delta_s = 11.6$ ¹⁾, $e = 0.85$ を採用した。これらによると、

① shear flow では、 Φ は単調に増加し、② partial plug flow では、 Φ は停留点を持つことが分かる。③ Φ の停留点は、極大点 ($\Phi_{p-\text{extremum}}$) を表す。④ shear flow での最大流砂量 $\Phi_{s-\text{max}}$ は、partial plug flow との境界で得られ、その値は $\Phi_{p-\text{extremum}}$ よりも小さい。さらに、⑤ 移動床の流砂量は $\Phi_{p-\text{extremum}}$, $\Phi_{s-\text{max}}$ よりも小さい。結局、⑥ $\Phi_{p-\text{extremum}} = \Phi_{\text{max}}$ となり、 Φ の最大値は、partial plug flow で得られることが分かる。次に、 τ_* をパラメータにし、 Φ_{max} となる時の h_s/h_t の値を図-2 に示す。これにより、種々の τ_* に対しても partial plug flow で Φ_{max} が得られることが確認できる。

5. おわりに 本研究においては、固定床滑面上の流砂量の最大値について検討し、それは partial plug flow で発生することが確認された。今回は、議論を簡単にするために、粒子濃度を一定とし、砂粒子同士の摩擦角と砂粒子と固定床の摩擦角との差がかなり大きい場合について検討した。今後、新しい構成則を導入することによって粒子濃度に関する近似を取り除き、より論理的な方法によって固定床上の流砂現象について検討する。

参考文献

1) 江頭・吉栖・伊藤：水工学論文集、第40巻、1996、pp.971-976

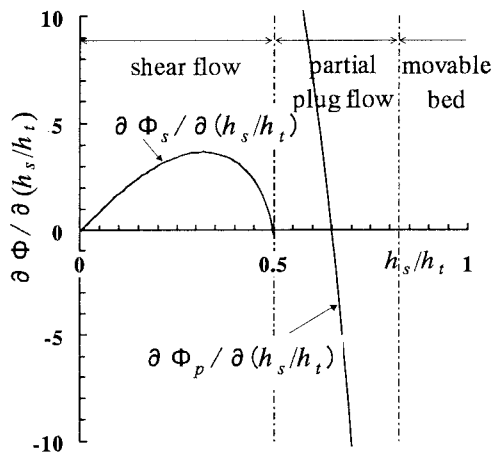


図-3 流砂量の変化量の例

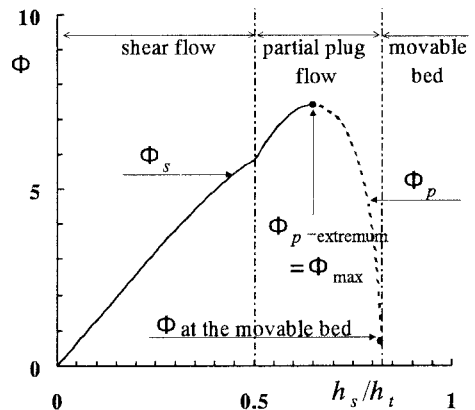


図-4 各領域での流砂量の例