

京都大学工学研究科 フェロー 家村 浩和
 京都大学工学研究科 正 員 五十嵐 晃
 京都大学大学院 学生員 ○阪部 真悟

1. 概説

振動台実験やハイブリッド実験、載荷実験における構造物の動的載荷の高精度化、実験結果の信頼性の向上には、供試体構造系の物理特性値を用いることが有効であることが明らかにされている。そこで本研究では実験において高精度化を図るため各ステップごとに同定した動特性を、時々刻々の載荷ステップにおいて用いることができるオンラインでの同定手法を検討した。本研究では最小二乗法、及び多変量ARMAモデルに基づくカルマンフィルターを用いた方法を対象として、特に非線形性を有する構造物の時々刻々変化する動特性に対するリアルタイム同定への実際的な適用可能性を調べるため、数値計算により逐次同定を行い、同定手法の計算時間、精度、安定性、及び追従性に着目した検討を行った。

2. 最小二乗法を用いた同定手法

地震入力加速度が多自由度系構造物に作用するときの基本運動方程式は次式のように表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{f}(t)$$

$\mathbf{f}(t)$ は外力ベクトルで、 $\mathbf{X}$ を過去 m ステップにおいて得られた観測値よりなるマトリックス、 $\mathbf{a}$ を同定したいパラメーターよりなるベクトルとすると、次のように定式化され $\mathbf{a}$ を同定することができる。

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{a} \quad [\mathbf{y} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{f}(t)] \quad \mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$$

以下に最小二乗法を用いた逐次同定のアルゴリズムを示す。

- (1) 観測データ数の設定
- (2) 観測データの取得
- (3) 観測値マトリックス $\mathbf{X}_i$ の更新
- (4) 正規方程式を解き、物理特性値 $\mathbf{a}_i$ を推定
- (5) $i=i+1$ として(2)へ戻る

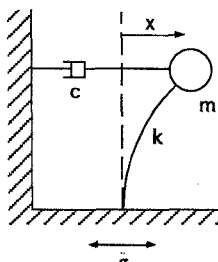


図1 1自由度モデル

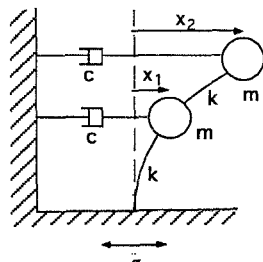


図2 2自由度モデル

$$m=100.0(\text{kg}) \quad c=0.250(\text{N sec/cm}) \quad k=40.0(\text{N/cm})$$

3. 多変量ARMAモデルに基づくカルマンフィルターを用いた同定手法¹⁾

本手法では基本運動方程式を多変量ARMAモデルで表すことにより、カルマンフィルターのアルゴリズムからまずARMA係数行列を同定し、ARMA係数行列と物理特性値との関係から間接的に推定する。地震入力加速度が多自由度系構造物に作用するときの基本運動方程式は、次式のような状態方程式として表すことができる。

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}[-\mathbf{f}(t)]$$

この式を離散化すると、状態方程式は次のような多変量ARMAモデルで表すことができる。

$$\mathbf{X}_{n+1} = \Phi \mathbf{X}_n + \Gamma[-\mathbf{f}_n]$$

ここで Φ, Γ はARMA係数行列である。

ARMA係数行列をカルマンフィルターのアルゴリズムにより同定するために、状態方程式と観測方程式を設定する。ここで対象構造物はせん断ばり型の構造物であると仮定し、各層について観測方程式を設定する。

$$[\Phi_{11} \cdots \Phi_{1,2n} \Gamma_{11} \cdots \Gamma_{1n} \Phi_{21} \cdots \Phi_{2,2n} \Gamma_{21} \cdots \Gamma_{2n}]_{n+1}^T = [\Phi_{11} \cdots \Phi_{1,2n} \Gamma_{11} \cdots \Gamma_{1n} \Phi_{21} \cdots \Phi_{2,2n} \Gamma_{21} \cdots \Gamma_{2n}]_n^T \quad (\text{状態方程式})$$

$$\text{第 } i \text{ 層} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{n+1}^{(i)} \\ \dot{\mathbf{x}}_{n+1}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{pmatrix} (\Phi_{i1} \cdots \Phi_{i,2n} \Gamma_{i1} \cdots \Gamma_{in} \Phi_{n+1,1} \cdots \Phi_{n+1,2n} \Gamma_{n+1,1} \cdots \Gamma_{n+1,n})^T + \mathbf{W}_n \quad (\text{観測方程式})$$

ここで $\mathbf{W}_n$ は観測誤差ベクトルである。これらの状態空間表示式は線形となり、カルマンフィルターのアルゴリズムによりARMA係数行列を同定することができる。以下にカルマンフィルターを用いた同定アルゴリズムを示す。

- (1) 観測データの入力
- (2) 観測後の推定誤差の共分散行列の計算

$$\mathbf{P}_i = (\mathbf{M}_i^{-1} + \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{H}_i)^{-1}$$

(3) カルマンゲインの計算

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i \mathbf{H}_i^T \mathbf{R}_i^{-1}$$

(4) ARMA係数行列要素からなるベクトル η_i の推定値の計算

$$\hat{\eta}_i = \eta_i + \mathbf{K}_i (\mathbf{X}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_i) \quad \dots (*)$$

(5) ARMA係数行列の固有値解析による物理特性値の計算

(6) $\hat{\eta}_i = \hat{\eta}_{i+1}$ $\mathbf{P}_i = \mathbf{M}_{i+1}$ とおき、 $i = i+1$ として (1) ~

4. 解析方法

本研究では図1,2に示す対象とする非線形モデルにEl Centro地震観測記録を入力して応答計算を行い、同定のための計測データとした。時間刻みは0.02秒とする。前ステップからの増分を各々のステップにおける入力データとし、接線剛性の同定を行った。最小二乗法の観測数としては1自由度では過去10,20ステップ、2自由度では過去25,50ステップの観測値を用い、カルマンフィルターによる方法ではARMA係数行列の初期値としてあらかじめ初期剛性を用いて次式で計算した値を用いた。

$$\Phi = \Phi(\Delta) = \mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta + \frac{1}{2!} \mathbf{A}^2 \Delta^2 + \dots + \frac{1}{r!} \mathbf{A}^r \Delta^r + \dots \quad \Gamma = (\mathbf{I} + \frac{1}{2!} \mathbf{A}\Delta + \frac{1}{3!} \mathbf{A}^2 \Delta^2 + \dots + \frac{1}{r!} \mathbf{A}^{r-1} \Delta^{r-1} + \dots) \mathbf{B}\Delta$$

また、推定誤差の共分散を剛性の変化に追従できるように、式(*)の $\mathbf{X}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_i$ が0.0006を超えると剛性が変化しているとみなし初期値に戻るようにする。推定誤差の共分散の初期値は以下に示した値を対角要素とする対角行列とする。

	$P_{11,44}$	$P_{22,33,55,66}$	
1自由度系	CASE1 10 (cm ²)	10 ⁻⁷ (cm ²)	2自由度系
	CASE2 5 (cm ²)	10 ⁻⁶ (cm ²)	

	$P_{11,22,77,88}$	$P_{33-66,99-1212}$
CASE3	10 (cm ²)	10 ⁻⁷ (cm ²)
CASE4	1 (cm ²)	10 ⁻⁶ (cm ²)

5. 解析結果、考察

まず1自由度系について同定を行った。最小二乗法による同定結果を図3に示す。破線は真値、太線は過去20ステップ、細線は過去10ステップの観測値を用いた場合である。またカルマンフィルターによる同定結果を図4に示す。破線は真値、太線はCASE1、細線はCASE2である。いずれも剛性を示している。最小二乗法では観測数を増やせば安定しているが追従性に欠け、観測数を少なくすれば安定性に欠けるが、追従性はよくなる。カルマンフィルターは共に良い安定性、追従性を示し、最小二乗法よりも良好な同定結果を得ることができた。

次に2自由度系について同定を行った。最小二乗法による同定結果を図5に示す。破線は真値、太線は過去50ステップ、細線は過去25ステップの観測値を用いた場合である。またカルマンフィルターによる同定結果を図6に示す。破線は真値、太線はCASE1、細線はCASE2である。いずれも2層目の剛性を示している。最小二乗法では独立した2つのモードが励起されないと同定できないため、最初の約2秒間は安定した結果が得られない。しかし1自由度と同様それ以後は観測数が多ければ安定するが追従性は良くない。カルマンフィルターでは比較的安定した値を示しているが、部分的にしか追従しておらず満足な結果を得ることはできなかった。

計算にはP5-90(GATEWAY社製)を用いたが、いずれの場合も計算時間は0.02秒よりも短時間であり、計算時間の上ではリアルタイムでの適用に問題はない。

以上の結果より、非線形性を有する構造物においては最小二乗法よりカルマンフィルターの方が良い同定結果を得ることができた。しかし、実際に実験への適用にはパラメーターの設定の明確な定義、自由度が増えたときの計算時間の短縮などの課題がある。今後さらに進んだ方法の検討を進めていく予定である。

参考文献 1) 斉藤・星谷：構造物の同定・予測・制御に関する基礎的考察、土木学会論文集、第489号I-27、1994。

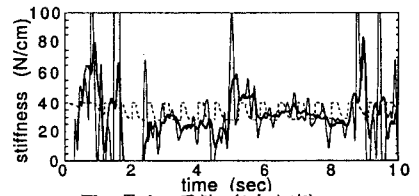


図3 最小二乗法 (1自由度)

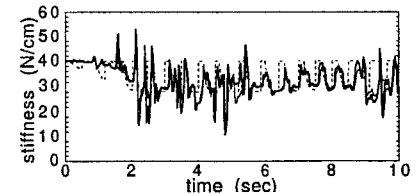


図4 カルマンフィルター (1自由度)

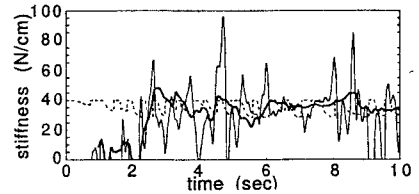


図5 最小二乗法 (2自由度)

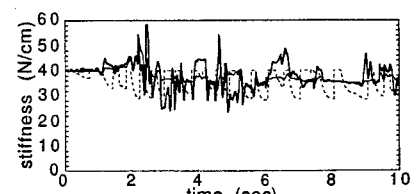


図6 カルマンフィルター (2自由度)