

関西大学工学部 正会員 堂垣正博 関西大学大学院 学生員 瀧 裕行
日本橋梁(株) 正会員 ○西田考樹 関西大学工学部 フェロー 三上 市藏

1. まえがき 曲面を有する円筒シェル構造は、優れた美観や流体力学的特性などを有することから、さまざまな分野で広く用いられている。土木分野においても、送電鉄塔やパイプライン、高速道路や高架橋の橋脚などに用いられてきた。さきに起こった兵庫県南部地震では、象の脚現象または堤灯座屈などと称される局部座屈が見受けられた。ここでは、鋼製円筒の局部変形と全体変形が連成した座屈挙動を解析する前に、短い円筒シェルの局部的な変形挙動を明らかにする。すなわち、圧縮と曲げを受ける鋼製円筒の幾何学的・材料的非線形挙動を差分法で弾塑性有限変位解析し、その終局強度特性を検討する。

2. 理論式 Fig.1に示すような長さ a 、半径 R 、肉厚 t の鋼製円筒が圧縮と曲げを受ける場合の局部的な変形挙動を明らかにする。解析上、つぎの仮定を設ける。すなわち、①Kirchhoff-Loveの仮定。②部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化しない。③降伏はvon Misesの等価応力で判定し、降伏後の応力-ひずみ関係にZieglerの移動硬化則を準用する。

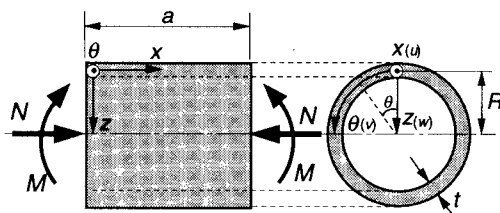


Fig.1 圧縮と曲げを受ける短い鋼製円筒

(1) 力のつり合い式：弾塑性状態における円筒シェルの x 、 θ 、 z 方向の力のつり合い式をポテンシャル・エネルギー停留の原理によって誘導すれば

$$N_{x,x} + N_{\theta,\theta} / R - (N_{x,x}^p + N_{\theta,\theta}^p / R) = 0 \quad (1)$$

$$N_{x\theta,x} + N_{\theta,\theta} / R - 2M_{x\theta,x}^p / R - M_{\theta,\theta}^p / R^2 - N_{\theta}^p (\bar{w}_{\theta} + v) / R^2 - N_{x\theta}^p \bar{w}_{x,x} / R - \{N_{x\theta,x}^p + N_{\theta,\theta}^p / R - 2M_{x\theta,x}^p / R - M_{\theta,\theta}^p / R^2 - N_{\theta}^p (\bar{w}_{\theta} + v) / R^2 - N_{x\theta}^p \bar{w}_{x,x} / R\} = 0 \quad (2)$$

$$M_{x,xx}^p + 2M_{x\theta,x\theta}^p / R + M_{\theta,\theta\theta}^p / R^2 + N_x^p \bar{w}_{xx} + N_{\theta}^p (2\bar{w}_{x\theta} + v_{,\theta}) / R + N_{\theta}^p (R + \bar{w}_{\theta\theta} + v_{,\theta}) / R^2 + N_{\theta,\theta}^p (\bar{w}_{\theta} + v) / R^2 + N_{x\theta,x}^p (\bar{w}_{\theta} + v) / R - \{M_{x,xx}^p + 2M_{x\theta,x\theta}^p / R + M_{\theta,\theta\theta}^p / R^2 + N_x^p \bar{w}_{xx} + N_{\theta}^p (2\bar{w}_{x\theta} + v_{,\theta}) / R + N_{\theta}^p (R + \bar{w}_{\theta\theta} + v_{,\theta}) / R^2 + N_{\theta,\theta}^p (\bar{w}_{\theta} + v) / R^2 + N_{x\theta,x}^p (\bar{w}_{\theta} + v) / R\} = 0 \quad (3)$$

を得る。ここに、 u 、 v はそれぞれ x 、 θ 方向の変位、 $\bar{w}$ は z 方向の円筒シェルの全たわみで、初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和である。 N_x 、 N_{θ} はそれぞれ円筒シェルの x 、 θ 方向膜力、 $N_{x\theta}$ は円筒シェルの膜せん断力である。 M_x 、 M_{θ} はそれぞれ円筒シェルの x 、 θ 方向の曲げモーメント、 $M_{x\theta}$ は円筒シェルのねじりモーメントである。上添字 e と p のついた断面力はそれぞれ弾塑性域にある円筒シェルを全断面弾性のままに仮定して求められる断面力と、弾性断面力を修正し真の断面力を得るための仮想断面力を表す。仮想断面力は、弾性応力で計算されるvon Misesの等価応力が降伏点応力を超える場合、その超過量を板厚方向に数値積分して求められる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件式：圧縮と曲げを受ける円筒シェルが両端で単純支持あるいは固定された場合、その面内変形に関する境界条件は

$$u = -u_0 - (R \cos \theta) \phi, \quad \bar{v} - v_0 = 0 \quad (4)$$

で与えられる。ここに、 u_0 は圧縮力と等価な x 方向の強制圧縮変位、 ϕ は曲げモーメントと等価な円心まわりの強制回転角、 θ はFig.1に示すように鉛直軸から測られた角である。また、面外変形に関する境界条件のう

ち、単純支持の場合には

$$\bar{w} - w_0 = 0, M_0 = 0 \quad (5)$$

固定の場合には

$$\bar{w} - w_0 = 0, \bar{w}_x - w_{0,x} = 0 \quad (6)$$

が与えられる。

(3) 組合せ荷重の条件式：強制圧縮変位 u_0 と強制回転角 ϕ をそれぞれ独立に与えて解析することもできるが、2つの強制変位はそれぞれ別個に作用させ、圧縮力 N と曲げモーメント M の比率を一定に保ちながら解析するのは極めて難しい。ここでは2つの変位のうち、いずれか一方を与え、もう一方は組合せ荷重の付加条件を満足するように従属変位として求めることにする。すなわち、圧縮の作用が曲げの作用よりも卓越する場合には

$$u + (R \cos \theta) \phi = -u_0, \quad \Psi_N \frac{\int \sigma_x dA}{N_p} - \Psi_M \frac{\int \sigma_x (-R \cos \theta) dA}{M_p} = 0, \quad (\Psi_M = 1, 0 \leq \Psi_N \leq 1) \quad (7)$$

を、曲げの作用が圧縮の作用よりも卓越する場合には

$$u + u_0 = -(R \cos \theta) \phi, \quad \Psi_N \frac{\int \sigma_x dA}{N_p} - \Psi_M \frac{\int \sigma_x (-R \cos \theta) dA}{M_p} = 0, \quad (0 \leq \Psi_M \leq 1, \Psi_N = 1) \quad (8)$$

を与える。ここに、 Ψ_N 、 Ψ_M は圧縮力と曲げモーメントの割合を示すパラメータ、 σ_x は断面に作用する x 方向の膜応力、 N_p は全塑性軸力、 M_p は全塑性モーメントである。

3. 数値解析法 式(1)～(8)の力のつり合い式、境界条件式および組合せ荷重の条件式を変位 u 、 v 、 $\bar{w}$ で表し、それに差分法を適用し、多元連立の非線形代数方程式に変換する。これを増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解き、非線形解を求める。なお、数値解析結果が広範な鋼製円筒短柱に適用できるように諸式を無次元化した。

4. 数値解析結果とその考察 円筒の対称変形を仮定して、1/4領域を解析する。広範なパラメトリック解析の前に、差分分割数や板厚方向の層数と解の関係を調べた結果、部材軸方向に30分割、円周方向に18分割、肉厚方向に10分割すればよいことがわかった。ただし、初期不整には円周方向に一樣で、母線方向に正弦波である初期たわみを仮定した。また、軸方向の溶接によって生じる残留応力の分布を1977年にChen-Rossによって測定された値を参考にモデル化した。なお、解析に用いる鋼種はSM400材とし、降伏点応力 $\sigma_F = 2,400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とした。

(1) 圧縮を受ける円筒シェル：両端が固定され、残留応力を含む円筒シェルに対し、径長比 $R/a=2$ 、径厚比 $R/t=200$ 、初期たわみの最大値 $-a/500$ の場合の、円筒シェルの端部における平均圧縮応力 σ_{ave}/σ_F と平均圧縮ひずみ $\epsilon_{ave}/\epsilon_F$ の関係を図示すれば、Fig.2を得る。ここに、 σ_{ave} 、 ϵ_{ave} はそれぞれ平均圧縮応力と平均圧縮ひずみである。図中の実線が本解析結果、破線がGunawardena-Usami¹⁾の有限要素解である。図から明らかに、本終局強度はGunawardena-Usamiの解に比べて約1.2%程高い。その理由として、Gunawardena-Usamiは初期たわみの凹凸を円周方向にも考えてある。このことより、円周方向の初期たわみは円筒シェルの非線形挙動や強度に敏感であると考えられる。

なお、曲げを受ける円筒シェルの終局強度については講演会当日述べる。

参考文献 1) Gunawardena, S. R. and Usami, T. : An elasto-plastic large deformation analysis of compressed cylindrical shells with initial imperfections, Proc. of JSCE, No.416/I-13, pp.67-77, April, 1990.

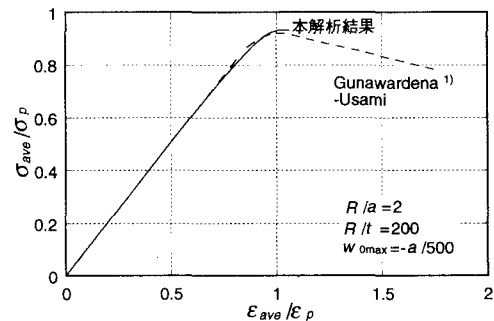


Fig.2 端部における平均圧縮応力と平均圧縮ひずみの関係