

京都大学工学部 正会員 土岐憲三 京都大学工学部 正会員 盛川仁
 京都大学工学部 正会員 澤田純男 ○京都大学工学部 学生員 金子康史

1. はじめに

ある地点での地震動を評価しようとした場合、インパルス列とインパルス応答関数の合積で表現される時系列波形を取り扱う必要が生ずる。本研究では、時間軸上でランダム発生するインパルス列とインパルス応答関数を分離するための手法について確率論的考察を展開する。すなわち、時間軸上でランダムに発生するインパルス列のフーリエスペクトルの確率論的特性を明らかにし、インパルス列の特性を規定するパラメータの同定法を示す。

2. フーリエスペクトルの定式化

ここでは、インパルスが時間軸上で発生した場合を考え、そのフーリエ振幅スペクトル、群遅延時間スペクトルの定式化を試みた。n 個の任意の時刻 $t = t_k$ 、において大きさ α のインパルスが発生したとすると、時系列波形は Dirac のデルタ関数を用いて、 $h(t) = \sum_{k=1}^n \alpha \delta(t - t_k)$ 、となり、これをフーリエ変換することによって計算されるフーリエ振幅スペクトル $A(\omega)$ 、群遅延時間スペクトル $t_{gr}(\omega)$ は、次のように表すことができる。

$$A(\omega) = \alpha \sqrt{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \cos \omega(t_k - t_l)} \quad t_{gr}(\omega) = \frac{d\phi}{d\omega} = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n t_k \cos \omega(t_k - t_l)}{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \cos \omega(t_k - t_l)} \quad (1)$$

さらに、インパルスが時間軸上で平均値 μ 、分散 σ の正規乱数に従って発生するとした場合、フーリエ振幅スペクトル、群遅延時間スペクトルの期待値、分散は

$$E[\Lambda^2(\omega)] = \alpha^2 n + \alpha^2 (n^2 - n) \exp\left[-\frac{\sigma_1^2 \omega^2}{2}\right] \approx \alpha^2 n \quad (\text{if } \omega=0, \alpha^2 n^2) \quad (2)$$

$$V_{ar}[\Lambda^2(\omega)] = \alpha^4 n(n-1) + \alpha^4 n(n-1) \exp[-\sigma_1^2 \omega^2] \left\{ \exp[-\sigma_1^2 \omega^2] - 2 \right\} \approx \alpha^4 (n^2 - n) \quad (\text{if } \omega=0, 0) \quad (3)$$

$$E[t_{gr}(\omega)] = E[t_i] = \mu, \quad V_{ar}[t_{gr}(\omega)] = V_{ar}[t_i] = \sigma \quad (4)$$

のようになる。式 (2)、(3) より n があまり大きくなければ、 ω が大きいところで第二項が 0 に近い値をとり、近似式が成立する。このことは、 ω が十分に大きい領域では振動数軸方向の算術計算により $\Lambda^2(\omega)$ の集合平均、分散が得られるということである。また式 (4) より $t_{gr}(\omega)$ の期待値、分散は ω に依存しないことがわかり、またそれらの値はインパルスの生起する時刻の確率分布のそれに等しい。そして、式 (2)、(3) において $\omega=0$ のとき期待値は $\alpha^2 n^2$ 、分散は 0 という値を与える。また、上で示したようにフーリエ振幅スペクトルの分散は、インパルスの大きさ α とインパルスの数 n の両方に依存する。しかし、n が等しくて α が異なるようなインパルス列においては、対数振幅スペクトルの分散は等しいことがわかった。つまり、対数振幅スペクトルの分散は α に依存せず n のみに依存するということがいえる。よってフーリエ振幅スペクトルの自然対数をとることによって分散を n のみの関数として扱うことができる。

4. インパルス列のパラメータ (n 及び α) の抽出方法

インパルス応答関数の群遅延時間スペクトルは、一般に微小なものである、群遅延時間スペクトルは全てインパルス列によって生じたものと考えることができる。従って、群遅延時間スペクトルの頻度分布をインパルス列の発生確率とみなすことにする。またインパルス応答関数の直流成分の大きさは1となり、対数振幅スペクトルは高周波領域では一定とみなして解析する。この領域においては、対数振幅スペクトルの振動数軸上での分散はすべてインパルス列によるものであると考えることができるので、前節よりこの分散は n のみの関数となっているはずである。そこで、この関数と対数振幅スペクトルの分散と一致するところが、インパルスの本数であるということが出来る。 α については式 (2)、(3) より $\omega = 0$ のとき期待値が $\alpha^2 n^2$ という確定値をとるので求めることができる。

5. 数値計算例

模擬波形として、減衰5%、固有振動数1Hz、の1自由度の振子の応答関数と発生確率が $N(30,10)$ の正規分布に従う $n=10$ 、 $\alpha=2$ のインパルス列の合積として得られる時系列波形を用いた。図1に模擬波形と群遅延時間スペクトル、その頻度分布、対数振幅スペクトルを示した。図1(d)よりインパルス応答関数の対数振幅スペクトルは45Hz~50Hzで一定とみなして計算すると対数振幅スペクトルの分散は、1.3368となって図2のグラフと $n=10$ で一致しない。この理由として、インパルス列の1つのサンプルのフーリエ振幅スペクトルが正規分布に完全に従っていないため、式によって求まる分散と1つのサンプルから計算される分散とが異なってしまうものと考えている。今後、分散を精度よく推定し、 n 、 α を正確に決定するための手法についてさらに検討を加える必要がある。

5. まとめ

時間軸上でランダムに発生するインパルス列によって駆動されるシステムの出力として観測される時系列波形から、もとのインパルス列のパラメータ、すなわち、インパルスの発生時刻の確率分布、個数、大きさの3つを推定する手法を確立した。これにより、あるサンプル時系列から、もとのインパルス列の確率論的性質が推定されるため、観測された時系列波形からシステムを表すインパルス応答関数を分離することが可能となる。

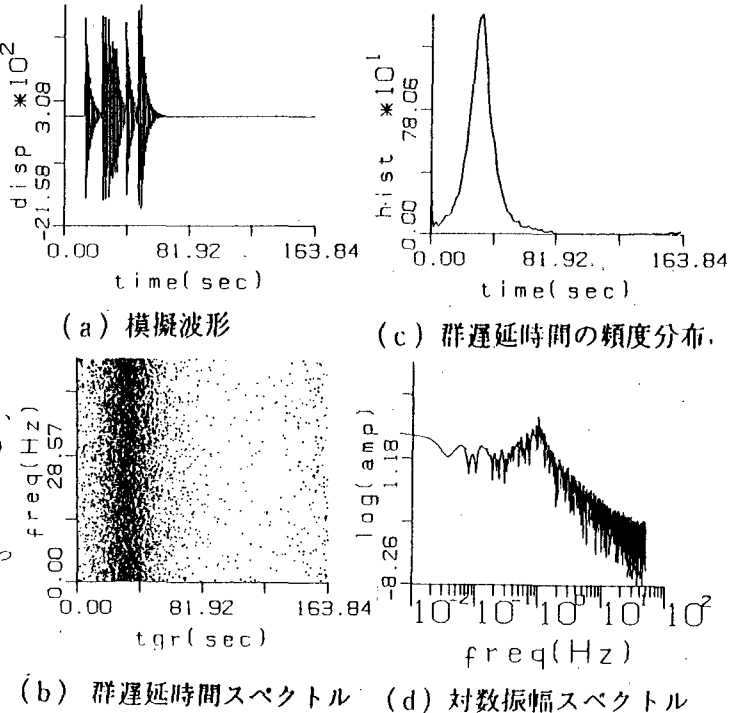


図1 模擬波形とそのスペクトル

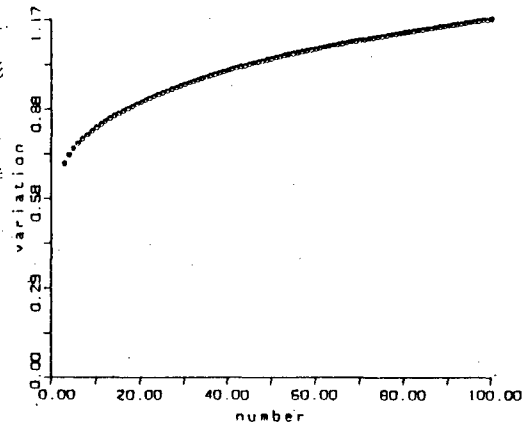


図2 n に対する分散の変化