第IV部門

水資源整備共同事業の費用・便益の配分方法に関するゲーム理論的考察
——シャプレイ値系配分解を対象として

京都大学大学院　学生員　○高野 浩一　京都大学防災研究所　正員　岡田 憲夫

1 はじめに　水資源整備開発事業を複数の主体の参加により行う場合，その費用（または便益）を参加主体でいかに配分するかという「費用（便益）配分問題」が生じる．特に，参加主体間で共同事業へのインセンティブに差異があるとき，その評価と費用配分への反映の方法が問題となる．具体的には参加主体間での水利権保有の有無や地理的条件の違いによって共同事業へのインセンティブに差異が生じるとともに，費用関数が劣加法性を満たさない場合もある．本研究ではその典型的な事例としてネットワーク系事業を取り上げ，その特殊性を適切にふまえた費用・便益配分方法として，シャプレイ値[1]系の配分解が有効であることをモデル分析により明らかにする．

2 提携ネットワーキング配分法　本研究では，2主体による提携関係（「提携リンク」と呼ぶ）を単位として，その集合からなる「グラフ（ネットワーク）」構造を提携構造と定義する．この提携構造を「提携グラフ」と呼ぶことにし，主体 n, m 間の提携リンクを $\{n:m\}$ で表す，また提携グラフ g をたとえば $g=\{1:3,2:3\}$ のように与えるものとする．参加を表明しているすべての2主体間で提携リンクが存在する g はとくに g^N として表す．なおそのグラフ的表現を図 1-1，図 1-2 に例示する．

図1-1 g={1:3,2:3}　図1-2 gN={1:2,1:3,2:3} N={1,2,3}

まず，Myerson[2] に従ってすべての提携グラフに対して配分解を与える．はじめに部分提携 S 内で提携リンクが存在する主体を (1) 式のように，提携グラフ g から $\{n:m\}$ を取り除いたものを (2) 式のようにそれぞれ定義する．

$$S/g=\{i\} \tag{1}$$

$$(i \text{ and } j \text{ are connected in } S \text{ by } g \mid j\in S, S\subseteq N)$$

$$g\setminus n:m=\{i,j \mid i:j\in g, i:j\neq n:m\} \tag{2}$$

次に，(3) 式のようにあらたな関数 C/g を定義し，関数 C/g の下でのシャプレイ値 $\phi(C/g)$ をその提携グラフの配分解 $W(g)=\phi(C/g)$ とする．とくに，$g=g^N$ のときの配分解は費用関数 C のシャプレイ値に一致する．

$$\forall S\subseteq N, (C/g)(S)=\sum_{T\in S/g}C(T), W(g)=\phi(C/g) \tag{3}$$

この配分法は，提携リンクを結合した段階で当該2主体に対して費用の増加または減少を等しくもたらすように配分を繰り返し行う方法である．すなわち，(4) 式が必ず成立する．

$$\forall g\in\{g \mid g\subseteq g^N\}, \forall n:m\in g,$$

$$W_n(g)-W_n(g\setminus n:m)=W_m(g)-W_m(g\setminus n:m) \tag{4}$$

また，費用関数が劣加法性を満たす場合には必ず $W_n(g)-W_n(g\setminus n:m)\leq 0$ となり，どの2主体 n, m も提携リンクを形成し $W(g\setminus n:m)\rightarrow W(g)$ へと変化させようとすることが示される．提携リンクの形成において当該の2主体の同意のみを必要とし，逆に解消する場合には一方の主体の意志で行うことができると仮定すると，この場合には提携グラフは g^N に収束し，費用配分問題は $W(g^N)$ を配分解として安定する．しかし，費用関数が劣加法性を満たさない場合には $W_n(g)-W_n(g\setminus n:m)>0$ となることもある．このような場合には，$W(g)\rightarrow W(g\setminus n:m)$ の方向に提携構造は変化する．このような変化を辿り，遂には1つの安定解に収束すると考える．本研究ではこの過程を「提携ネットワーキング」と呼ぶ．またこの配分法を「提携ネットワーキング配分法」と呼ぶ．

ここで，モデル分析の例として次のような2つのパラメータ a,b によって特徴づけられる費用関数のデータで表される提携ネットワーキングを考える．

$$W(i)=1, i=1,2,3, W(1,2)=2-a$$

$$W(1,3)=W(2,3)=2-b, W(1,2,3)=2$$

Koichi TAKANO, Norio OKADA

図 2-1, 図 2-2 は提携構造が変化する方向を矢線を用いて表した機構図である．この図中の矢線がすべて自らに向う $W(g)$ が，収束する解（均衡解）になり得る．図中ではこれを網模様で表した．図 2-1 では，網模様が施してあるのは $W(\{1:2,1:3,2:3\})$ ただ 1 つであり，これ以下に収束する提携はない．一方，図 2-2 では収束先は 2 つ存在する．この 2 つのうちのいずれに収束するかの鍵を握っているのが主体 3 である．すなわち主体 1, 2 は費用配分額の軽減のため主体 3 と提携リンクを結ぼうとする．主体 3 は，$W(\{1:2,1:3\})$, $W(\{1:2,2:3\})$ のどちらでも配分額は同じため，いずれかを選択し提携リンクを形成することになる．主体 1, 2 にとってもいずれかに収束することで，$W(\{1:2\})$ での配分額より軽減させることができるので，そのためには主体 3 の選択を受け入れざるを得ない．すなわち，主体 3 がリーダーシップをとり，主体 1, 2 は妥協を迫られることになる．

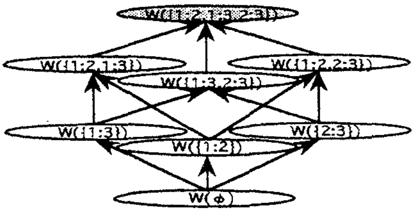

図2-1 0≦a,0≦b,b≦0.5a+1,b≧2a-2のときの提携ネットワーキング機構図

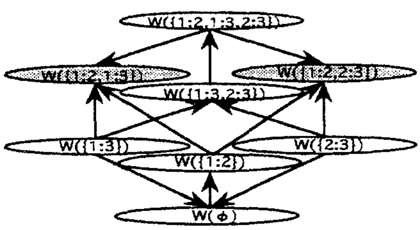

図2-2 0≦a,b≦0,b≧2a-2のときの提携ネットワーキング機構図

費用関数が劣加法性を満たさないとき，提携ネットワーキング配分法に従うと，1 つの $W(g)$ に収束する過程で，ある主体（図 2-2 の例における主体 3）がリーダーシップを担う過程が表される．すなわちこのような主体が，費用配分問題において相対的インセンティブの低い主体に合致する場合は，インセンティブの差異を考慮した費用配分を行うことができる．また **3.** で示すような「不完全な費用関数」の下でも形成可能な提携グラフのみを考慮することで配分が可能であることが示される．

3　<u>事例分析</u>　3 主体（都市）による広域導水事業を想定する．この 3 主体の水源からの地理的関係を模式的に表したのが図 3 である．主体 2 単独での導水，および主体 1, 2 の共同導水は地理的関係上あり得ないと想定する．つまり，$C(2)$, $C(1,2)$ が存在しないような不完全な費用関数を取り上げる．このため主体 1, 3 は単独でも事業を行えるが，主体 2 は主体 3 との共同事業でしか参加できない．

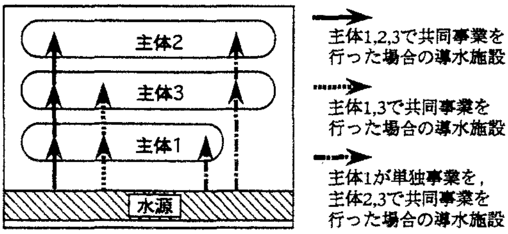

図3 主体1,2,3の水源との地理的関係 模式図

提携ネットワーキング配分法は，単独事業の状態から複数の主体による共同事業が形成されていく過程を対象とした配分法である．このため，主体 2 についての単独費用が存在しないと，主体 2 を含んだ共同事業の費用配分を行うことができない．

そこで主体 2 の単独費用 $C(2)$ をダミーとして設定する．すなわち $C(2)$ をパラメータ α とおき，費用関数を以下のように定める（単位 億円）．

$$C(1) = 34, C(2) = \alpha, C(3) = 120$$
$$C(1,3) = 130, C(2,3) = 162, C(1,2,3) = 152$$

主体 2 の事業参加について主体 3 が鍵を握っており，主体 2 の単独費用 α を設定できる権限を主体 3 がもつと考えられる．このため主体 3 は，全提携（$W(\{1:3,2:3\})$）が成立する範囲（$\alpha \geq 28.67$）内で α の値を定め，配分を決定することができる．α の値が大きいほど主体 3 自らの費用を軽減できるため，より「利己的」な配分を行ったといえる．逆に α の値が 28.67 に近いほど主体 2 の費用を軽減させるため，より「利他的」な配分を行ったということができる．

4　<u>おわりに</u>　紙幅の都合上詳細については講演時に述べるが，今後はインセンティブの差異をいかに定量的に評価し，配分法に反映するかについて，検討していく必要がある．

[参考文献] 1) Shapley,L.S. : Cores of Convex Games,Int. J.Game Theory, Vol.I, pp.11-26, 1971.　2) Myerson,R.B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.