

京都大学工学部 正会員 小林 俊一

京都大学大学院 学生会員 ○長嶋 研二

1. はじめに 極限解析に基づいて基礎の支持力を評価する場合、支持力の上下界あるいは、塑性崩壊時の速度場に関する評価することが可能であるが、系の変形量に関する評価はできない。構造物の使用限界を考えるとときには極限支持力だけでなく、構造物が本来の機能を発揮できるような許容変形量を満足するかどうか検討する必要がある。本研究では、自重ゼロの Tresca 地盤上の浅い帯基礎の支持力問題を等価なトラスに置換え、その塑性変形を評価する方法について検討した。

2. 塑性変形量の評価法 ある荷重履歴を受ける構造物の変形量を評価する方法については、Ponter の方法¹⁾が知られている。この方法は、基本的には仮想仕事の原理を用いて変形量を評価するものであるが、塑性変形成分を含む積分項について関連流れ則を導入して不等式に置換えたものと理解される。

<Ponter の不等式> 「領域 V 、境界 S を持つ弾完全塑性体を考える。境界 S は変位境界 S_u と応力境界 S_T から成り、 S_u 上では変位 $u=0$ 、 S_T 上では時間 $(-t_0 < t < T)$ において荷重 $P_i(t)$ が作用する。また載荷点の塑性変位を $u_i(t)$ とする。このとき、一周期 $(0 < t < T)$ の載荷を受けた後の塑性変位量 $u_i(T)$ については、当該地点に適当な仮想荷重 T_i を仮定すると、次式の不等式が成立する。

$$\int_{S_T} T_i \{u_i(T) - u_i(0)\} dS \leq \int_{S_T} T_i \{u_i^{ep}(T) - u_i^{ep}(0)\} dS + \int_V E (\rho_{ij}^0 - \overline{\rho_{ij}}) dV$$

ただし、残留応力場 ρ_{ij}^0 、 $\overline{\rho_{ij}}$ はゼロ外力につりあい、時間に無関係で、以下の条件を満たす。

$$f(\sigma_{ij}^{ep}(t) + \rho_{ij}) \leq 0, \text{ in } (-t_0 \leq t \leq 0), \quad f(\sigma_{ij}^{ep} + \sigma_{ij}^{et} + \rho_{ij}) \leq 0, \text{ in } (0 \leq t \leq T)$$

ここに、上添字 e は系が完全弾性体と仮定したときの応答を表し、 P, T はそれぞれ荷重 P あるいは仮想荷重 T によることを示す。 ρ_{ij}^0 は $t = -t_0$ での初期残留応力場、 E は弾性ひずみエネルギーである。」

3. 3部材トラスの支持特性 まず図1に示すような3部材トラスを考える。各部材の断面積、弾性係数は同一でそれぞれ A, E とし、また、いずれの部材も圧縮・引張り強度が N_0 の弾・完全塑性体とする。外力は、節点1に鉛直成分 $F_V = pN_0$ 、水平成分 $F_H = qN_0$ の荷重が単調に載荷する。節点1の鉛直変位、水平変位をそれぞれ U_V, U_H と表すことにする。荷重と変位は図1の方向を正とし、部材力は引張りを正とする。単調載荷であるので $p \geq 0, q \geq 0$ とする。載荷により系は、弾性応答、弾塑性応答あるいは塑性崩壊を示すことになるが、その様子を無次元化鉛直荷重 p と無次元化水平荷重 q から成る荷重平面上に示したのが図2である。

次に、Ponter の不等式を適用することにより、図2中の載荷経路(a)に対して垂直および水平変位の上界値を評価する。経路(a)は鉛直荷重 p のみを載荷する経路である。解析結果と正解を比較したものを図3に示す。この結果から、荷重が極限值に近づくにつれて Ponter の方法では変形量を過大に評価する傾向はあるが、全体として系の変形特性を表現できていることがわかる。

4. Tresca 地盤の支持力問題への適用性 自重のない Tresca 地盤（せん断強度 k ）上の浅い基礎の支持力問題については、図4に示すような下界値 ($N_0 = 5k$) が知られている。この許容応力場とのアナロジーとして図5に示すような3部材トラス状の支持機構を考える。この際のポイントは、3部材トラスの機構では基礎直下をヒンジとして取り扱っているが、対応する下界の応力場においても応力を重ね合わせた場が降伏条件を破っていないことである。もしこのようなアナロジーが許されれば、比較的簡単な解析で基礎の荷重～変位関係を推定することが可能である。つまり、3部材トラスの解析において用いた諸量を次のように考えることにする。 $N_0 = 2k$ 、 $A = b$ （基礎幅） $\times 1$ （単位奥行）、 $L =$ 層厚、 E は層の代表的なヤング率（例えば、実際の載荷試験の初期荷重～変位関係から逆算するなどの評価法が考えられる）。このようなアナロジーによれば、図3は基礎の荷重～変位関係と見ることも可能である。この場合、極限支持力は $5.76k$ となり正解

の $5.14k$ よりも若干過大となる。また弾性限界は $4.60k$ となり正解の $3.14k$ よりも過大評価に評価する。しかしながら基礎の変形に関してある程度定量的な評価が可能となるメリットがある。

5. 結論および今後の課題 本研究から得られた、結論および今後の課題は以下のようである。

- 3部材トラスの例題を通して Ponter の方法による系の変形量評価法の適用性を検討した。その結果、極限荷重に近づくにつれて変形量を過大に評価するものの、全体としては良い評価を示した。
- 3部材トラスと地盤上の基礎の支持力問題とのアナロジーから、基礎の荷重～変位関係を簡易に推定する方法を提案した。

今後は、浅い基礎の支持力問題を有限要素法などの離散化手法を用いて直接解き、Ponter の方法の適用性について検討する必要がある。その際のポイントは、残留応力場をシステムティックに決定することである。このためシェイクダウン解析を行い、線形計画法などの最適化手法により残留応力場を評価する必要がある。なお、この方法は単調荷重だけでなく、繰返し荷重に対しても同様に適用できる。したがって速度型の方程式を時間領域で逐次積分するような解との比較も重要な問題である。

参考文献 1) Ponter, A.R.S.: "An Upper Bound on the Small Displacements of Elastic, Perfectly Plastic Structures" J. Appl. Mech. Vol. 39, pp. 959-963, 1972.

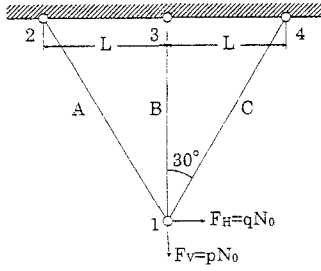


図.1 3部材トラス

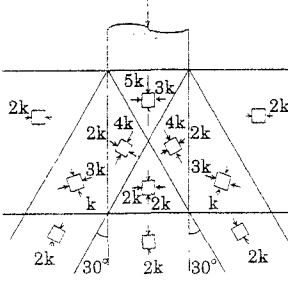


図.4 Tresca 地盤内の応力分布

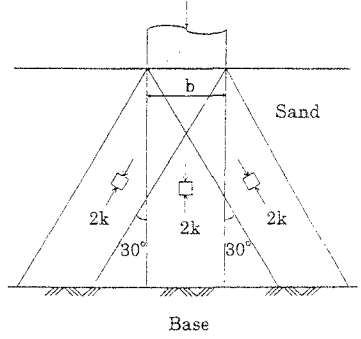


図.5 Tresca 地盤の支持モデル

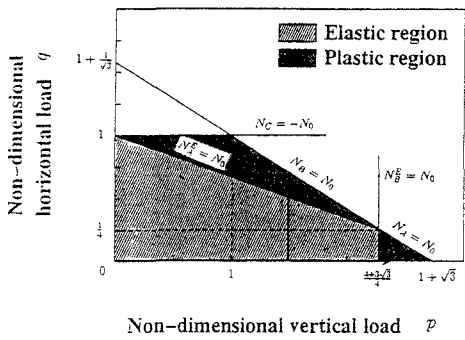


図.2 弾性領域、塑性領域

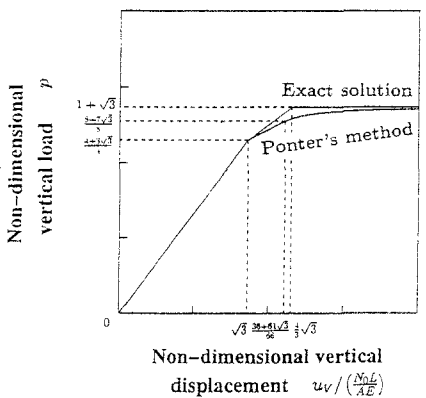


図.3 Ponterの方法による鉛直変位量の上限値の評価