

1. まえがき

現在、波動場を解析する多くの方法が提案されている。これに対して、後野(1993)が提案した連成振動方程式は、波の浅水変形、屈折、回折、反射といった波浪変形の基本的要素を正確に表現でき、非定常不規則な波動場を解析することが可能である。しかしながら、この方程式を用いて数値計算を行う時には、透過境界に関する問題が残されている。それは、解析領域から領域の外へ伝播しようとする波を消波・透過する効率的かつ有効な方法がないことである。

数値計算において、波を消波・透過する一般的な方法には、重ねあわせ法、粘性境界法、吸収法などがある。これらの中で吸収法は他の方法に比べ最も簡単で、計算機容量を節約できる。しかしながらこの方法は、境界上で波の波速と伝播方向を与える必要がある。そのために、これまで不規則な波動場には適用が困難とされてきた。しかし不規則な波動場における波の波速が与えられれば、他の方法よりも計算時間の短縮や、計算機容量の節約が期待できる。

本研究では、連成振動方程式の特徴の1つとして、線形不規則波動場中の時々刻々変化する波の波速が定められることを明らかにする。

次にその波速を用いて吸収法による透過境界の生成法を提案し、これを不規則波動場に適用してその効果を検討する。

2. 不規則波動場の波速の定義

不規則波動場の水位変動 $\eta(x, y, t)$ を複素振幅 $A(x, y, t)$ 、位相関数 $S(x, y, t)$ を用いて次の様に様に表示する。

$$\eta = \Re \{ A e^{iS} \} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $i^2 = -1$ 、 \Re は実数部を意味する。このとき不規則波に狭帯域スペクトルの仮定が成り立つとすると、振幅 A は位相関数 S に較べて時間的・空間的にゆっくりと変化する。従って、波数ベクトル k と角周波数 σ はそれぞれ次の様に定義できる。

$$k = \nabla S \dots\dots\dots (2)$$

$$\sigma = -\frac{\partial S}{\partial t} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ である。これらを用いて不規則波の波速 $C(x, y, t)$ を次のように定義する。

$$C = \frac{\sigma k}{|k|^2} \dots\dots\dots (4)$$

このように定義した不規則波の波速 C は時間と空間の関数である。従って、この波速には向きがあり、時間及び場所によってその向きと大きさが変化する波速ベクトルである。また規則波にこれを適用した場合には、従来の波速と一致する。

3. 不規則波動場の波速の導出

変動圧力を $\bar{p} = p/\rho + gz$ とし、水平方向の流速を $v = (u, v)$ とすると線形化された水平方向の運動方程式は次の様に書くことができる。

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \nabla \bar{p} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

式(5)を時間で積分し、さらに水底から水面まで積分して x, y 方向の線流量を求めると次の様になる。ただし、本研究では線形波動場を考えているので鉛直方向の積分範囲は静水面までとする。

$$\int_{-h}^{\eta} v dz = - \int_0^t \int_{-h}^0 \nabla \bar{p} dz dt \dots\dots\dots (6)$$

ここで水底の境界条件を用いて式(6)を書き換えると次式のように表される。

$$\int_{-h}^{\eta} v dz = - \int_0^t \nabla \int_{-h}^0 \bar{p} dz dt + \int_0^t \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \Big|_{z=-h} dt \dots\dots\dots (7)$$

なお、水底の境界条件は次のように表される。

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nabla \bar{p} \cdot \nabla h = 0 \quad \text{at } z = -h \dots\dots\dots (8)$$

ここで、変動圧力 \bar{p} を次のようにルジャンドル多項式で級数展開表示する。

$$\bar{p} = \sum_{m=1}^M q_m(x, y, t) P_{2(m-1)}(\bar{z}) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\bar{z} = 1+z/h$ 、 q_m は級数展開の係数である。これにより、式(7)の右辺は0次のルジャンドル多項式の係数である q_1 の空間勾配を時間で積分した形で表される。

$$\int_{-h}^{\eta} v dz = - \int_0^t \nabla (q_1 h) dt \dots\dots\dots (10)$$

また、定型波の仮定を用いて式(10)の左辺の線流量を波速 C と水位変動 η を用いて表すと次の様になる。

$$\eta C = - \int_0^t \nabla(q_1 h) dt \dots\dots\dots (11)$$

式(11)は $\nabla(q_1 h)$ の時間積分と水位変動 η から波速が定められることを示している。連成振動方程式は不規則な波動場を解析することが可能である。したがって、式(11)で不規則波動場の波速を定めることが可能であると考えられる。

4. 無反射透過境界の生成法

式(11)によって算定した波速を用いて、水位変動 η 、及び未知係数 q_m ($m = 1, 2, 3$)についての1階の波動方程式である透過境界条件式を次の様に与える。これによって、透過境界としては最も簡単なオーランスキー型の吸収境界だけで、不規則波動場に対する透過境界を生成することができる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + C \nabla \eta = 0 \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\partial q_m}{\partial t} + C \nabla q_m = 0 \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \dots\dots (13)$$

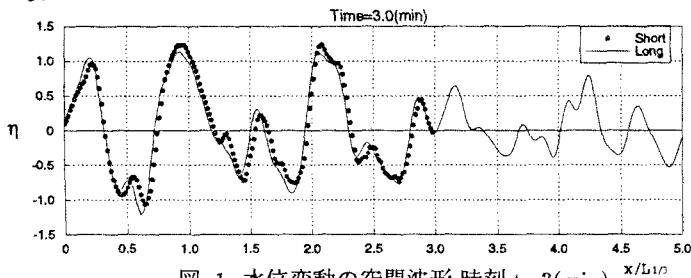


図-1 水位変動の空間波形 時刻 $t=3(\text{min})$

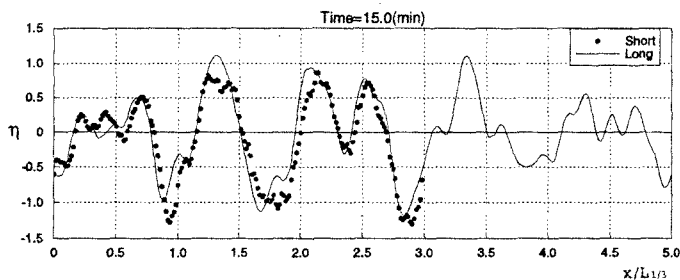


図-2 水位変動の空間波形 時刻 $t=15(\text{min})$

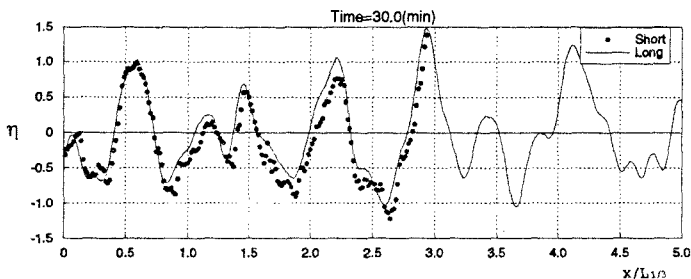


図-3 水位変動の空間波形 時刻 $t=30(\text{min})$

5. 不規則波に対する適用性

本研究で生成した透過境界を1次元の不規則波に適用し、その効果を検討する。長さが279m(節点数192)と21000m(節点数14500)の二つの水槽(前者を短水槽、後者を長水槽とする)に、左端から同じ時系列の不規則波をそれぞれ入射させる。

長水槽の右端は固定端とした。短水槽は、右端に本研究で生成した吸収型の透過境界を施す。これらの各水槽で波の伝播を計算して、計算結果を比較する。ただし、このとき長水槽の右端に波が到達するまでには計算を終了する。これにより短水槽の計算結果が長水槽のそれと一致すれば、波が完全に透過したことになる。

下の図は、 $t = 3\text{min}$ 、 15min 、 30min の各時間における計算結果を水位変動 η の空間波形で示したもので、横軸には有義波長 $L_{1/3}$ で無次元化した距離を用いている。図中黒丸が本透過境界を用い

た短水槽における計算結果であり、実線が長水槽の計算結果である。図では時間がたつにつれ、実線と黒丸印が多少一致しなくなる。しかし、 30min という時間は有義周期の200波分に相当する。これは不規則波を時系列で計算する場合、計算結果を解析(波別解析、スペクトル解析)するために十分な時間である。

この結果から、本論文で提案した透過境界が安定で、長時間の解析に対しても実用上問題がないことが分かる。

参考文献

大山 巧・灘岡和夫(1990):数値波動水槽における開境界処理のための数値消波フィルターの開発、海岸工学論文集、第37巻、pp.16-20。
後野 正雄 (1993):緩勾配地形上の不規則波動場の支配方程式とその特性、第40回海岸工学論文集、pp.21-25。