

立命館大学理工学部 正会員 ○大同淳之

1. はしがき 土石流はその衝突速度から非圧縮性または圧縮性流体として挙動するが、従来の研究では両者の境界での整合性が必ずしもよくなかった<sup>1)</sup>。本文では式中の物質常数を原型に近いスケールで求めることによって整合性をはかり、この結果を構造設計における基準荷重とする。この基本荷重に対応するために現在無筋のダムの袖を鉄筋コンクリート化すべきことを提案する。

## 2. 衝撃力の機構

構造物の受ける力を、衝突した流体中の圧力より求める。

### 2.1 土石流が非圧縮性流体のときの衝撃力

流体の運動式、連続式は、

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p \quad (2.1) \quad \frac{Dp}{Dt} + \bar{\rho} \operatorname{div} u = 0 \quad (2.2)$$

式(2.1)は積分してポテンシャルをΩとすると、

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \int \frac{dp}{\bar{\rho}} + \frac{u^2}{2} + \Omega = 0 \quad (2.3)$$

連続式(2.2)は、 $\operatorname{div} u = 0$  より、 $u = \operatorname{grad} \phi$  より、

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.4)$$

が得られる。衝突現象は、 $\partial \phi / \partial t > u^2$  と考えられるので、式(2.3)は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \int \frac{dp}{\bar{\rho}} \quad (2.5)$$

となる。したがって、衝撃力  $p$  は、式(2.4)を適当な境界条件で速度ポテンシャル  $\phi$  について解き、それを式(2.5)に代入することによって得られる。

$$p = \bar{\rho} \frac{\phi}{\Delta t} \quad (2.6)$$

式(2.1)を  $\phi'_x(0, y) = u(y)$ ,  $\phi'_y(x, 0) = \phi'_y(x, h) = 0$ ,  $\phi_\infty(\infty, y) = 0$  の境界条件で解くとき次のようになる。

$$\phi = u(y)h \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{2}{n\pi} e^{-\frac{n\pi}{h}} \left( \sin \frac{n\pi}{2h} y + \cos \frac{n\pi}{2h} y \right) \right\} \quad (n=1,3,5,\dots) \quad (2.7)$$

ここに  $u(y)$  = 土石流の衝突速度 (m/s)、 $h$  : 土石流の衝突高さ、 $x$  は堤体前面を 0 にとった流れ方向の距離、 $y$  は底を 0 とした高さ方向の距離である。堤体の前面で、 $\phi$  は最大で、

$$\phi = u(y)h \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \left( \sin \frac{n\pi}{2h} y + \cos \frac{n\pi}{2h} y \right) \quad (n=1,3,5,\dots) \quad (2.8)$$

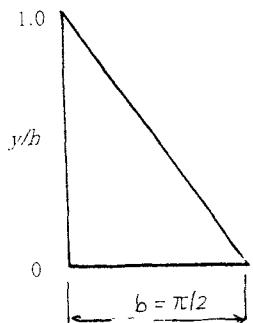
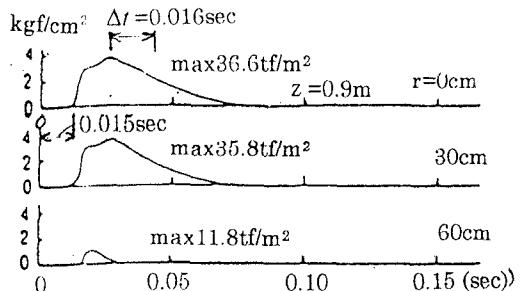
となる。 $\sum$  で括った項を  $F_p(y)$  と表すとすると、式(2.6)は

$$p = \bar{\rho}u(y)hF_p(y) / \Delta t \quad (2.9)$$

と表される。 $F_p(y)$  は  $\phi$  の深さ方向の変化でこの値はFig.2.1に示す。

Fig.2.1は、もし土石流が深さ方向に一様な速度をもって衝突したとき、底面ほど大きな圧力になるとを示す。これは、測定した圧力分布と一致し、また、穀物がサイロに充填されているとき、地震を受けてサイロ中の穀物が動いたときの圧力分布は、底ほど大きい圧力を生じるといわれることとも一致する。

$\Delta t$  は衝撃圧の緩和時間で、実験では  $\Delta t = 1.5 \times 10^{-3}$  sec と算定された。 $\Delta t$  には被測定の物質の規模の影響があると考えられる。そこで、実際の土石流に近い規模の衝撃として、金沢大学での砂層上に重錐を落としたときの圧力測定値<sup>2)</sup>、図-2.2 のピークからの減衰時間  $\Delta t = 0.016$  sec を採用する。この実験は、 $d_{50}=0.14$  mm の

Fig.2.1 Pressure distribution  $F_p(y)$ Fig.2.2 Measured pressure distribution  
(after Kanazawa Univ.)

砂を0.9mの厚みに敷き、重さは1tまたは0.3t、径は0.9mまたは0.6mの重錐を高さ5.0m~20.0mより自由落下させて、0.9mの深さの点において土圧が測定されている。これは砂が最密に充填された場合の $\Delta t$ になる。先の実験で得た値の約10倍である。

## 2.2 土石流が圧縮性流体のときの衝撃力

### (a) 基礎式

対象とする現象が圧縮性の場合、式(2.2)の連続式は

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \rho \partial^2 \phi \quad (2.10)$$

となる。圧縮度 $S$ を $S = (\rho - \rho_0) / \rho_0$ とすると、式(2.1)の場合と同様に、式(2.3)は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = C_L^2 \cdot S + \frac{u^2}{2} + \Omega \quad (2.11)$$

となる。運動の時間的変化の激しい場合には右辺第2項、第3項は省略でき、式(2.4)に相当する式は、

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{C_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

となる。圧力の偏り $\bar{p}$ は、

$$\bar{p} = p - p_0 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) (\rho - \rho_0) = C_L^2 \rho_0 S = \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.13)$$

式(2.12)の解は $\phi = f(x - C_L t)$ であるから、

$$p = \rho C_L U \quad (2.14)$$

ここに $C_L$ は土石流中の衝撃波の伝播速度(m/s)、 $U$ は土石流の衝突速度(m/s)である。式(2.14)は圧力 $p$ と衝突速度 $U$ との間に線形の関係があることを示し、 $C_L$ は直線の勾配より読みとれ、実験では、平均密度 $\bar{\rho} = 0.12 \frac{t_f \text{ sec/m}^4}{m^4}$ のとき、 $C_L = 9.6 \text{ m/s} \sim 2.9 \text{ m/s}$ の値を得た。しかし、この $C_L$ についても測定の対象とする物質の規模の影響がある。

### (b) 土石流中を伝播する衝撃波の速度の測定

砂防ダムの設計のための外力は、そこに生じる外力の最大値を対象とすればよい。 $C_L$ の値は、礫が最密に詰まっている状態が最大と考えられる。そこで、砂層上に重錐を落としたときの砂層内の圧力より $C_L$ を求める。

$C_L$ を求ることと平行して、砂層表面の衝撃圧を求める。さきに引用した金沢大学の測定では、砂層内の深さ0.9mの点の圧力が、重錐の質量とその落下加速度から求めた力 $P_0$ とが、 $P_0$ が50tfまでは等しい<sup>2)</sup>としている。砂層内では深さが深くなるほど圧力が減少するので、砂層表面では $P_0$ より大きい力が生じていることになる。この砂層表面での衝撃力が流れから構造物が受ける力に相当する。

砂層を弾性体と見なしたときの任意の深さの圧縮

応力 $\sigma_z$ は次のように与えられる<sup>3)</sup>

$$\sigma_z = \left\{ \left( 2\varepsilon^2 - \frac{\omega^2}{C_L^2} \right) Ae^{-n_1 z} - 2\varepsilon n_2 Be^{-n_2 z} \right\} J_0(\beta r) \mu \exp(i\omega t) \quad (2.15)$$

$$\varepsilon^2 = \frac{\omega^2}{C_L^2} + n_1^2 = \frac{\omega^2}{\beta^2} + n_2^2 \quad (2.16)$$

$$C_L = \sqrt{\frac{(\lambda + \mu)}{\rho}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad J_0 : \text{Bessel関数}$$

$P \exp(i\omega t)$ という力が $r = 0, z = 0$ の点に作用したと考える。よって境界条件は、

$$\sigma_z|_{z=0} = -Pe^{i\omega t} \quad (r = 0), \quad \tau_{zx}|_{z=0} = 0 \quad (r = 0) \quad (2.17)$$

$$= 0 \quad (r > 0),$$

となる。

外力が作用した真下での応力は、

$$\sigma'_z = Ce^{-n_1 z} + De^{-n_2 z} \quad (2.18)$$

ここで、 $\sigma'_z = \sigma_z / P$

$$C = \frac{(2\varepsilon^2 - \omega^2/\alpha^2)(2\varepsilon^2 - \omega^2/\beta^2)}{(2\varepsilon^2 - \omega^2/C_L^2)(2\varepsilon^2 - \omega^2/\beta^2) + 4\varepsilon^2 n_1 n_2}$$

$$D = \frac{2\varepsilon^2 n_1 n_2}{(2\varepsilon^2 - \omega^2/\alpha^2)(2\varepsilon^2 - \omega^2/\beta^2) + 4\varepsilon^2 n_1 n_2}$$

となる。

$z = 0$ 、すなわち構造物の表面の衝撃力 $P$ は式(2.18)より求められる。

式を計算するためには、 $\omega, \varepsilon, n_1, n_2, C_L, \beta$ の値が必要である。したがって、できるだけ諸定数は実験結果から定める。 $\omega$ と $\varepsilon$ の関係式 $\sin(\varepsilon z - \omega t)$ は砂層内を伝播する衝撃波の速度を表現するものであるから、

$$\text{砂層の表面}(z = 0) \text{で} \quad \omega t = \pi \quad (2.19)$$

$$z \text{ のところで} \quad \varepsilon z - \omega t = \pi \quad (2.20)$$

を満たす必要がある。実測値Fig.2.2から波動の半周期を0.04sとすると、 $\omega = 76.7 \text{ s}^{-1}$ となる。また深さ0.9mの点に波動が伝わる時間は0.015sと観測され、これは $C_L$ が60m/sであることを示す。式(2.20)に $z = 0.9 \text{ m}$ を入れたとき $\varepsilon$ の値は $\varepsilon = 6.9 \text{ m}^{-1}$ となる。

$C_L$ は縦波の速度、 $\beta$ は横波の速度であるが、深さが1m位の範囲では $C_L \approx \beta$ と考えられる。とりあえず $n_1 = n_2$ とみなす。式(2.18)の $P$ に加速度から導いた力をかりに入れて、 $z = 0.9 \text{ m}$ の点の $\sigma_z$ の測定値を与えて、 $n'_1$ を決め、この $n'_1$ を式(2.16)の $\omega, \varepsilon, C_L, \beta$ および $n'$ の関係をほぼ満たしていることを確かめた後、式(2.18)より表面における応力 $P$ を求め、さらにこの $P$ を式(2.18)に入れることを繰り返して、

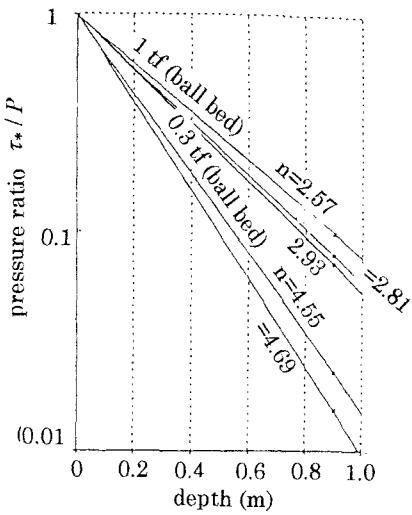


Fig.2.3 Longitudinal change of pressure

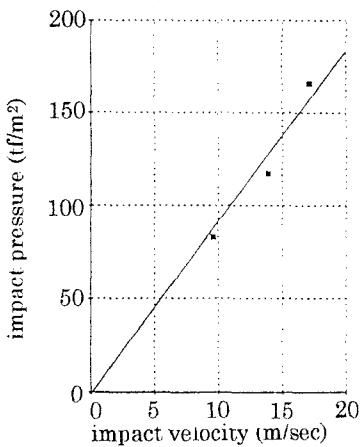


Fig.2.4 Relation between impact pressure and impact velocity

$n'$ の最確値を決めた。こうして求めた $n'$ を、先に述べた理由で $n' = n_1 = n_2$ として式(2.18)の $e^{-n_1 z}$ ,  $e^{-n_2 z}$ の係数を求めるとき、両者はほぼ同じ値である。したがって、式(2.17)は、

$$\sigma_z = \frac{Pe^{i\theta} \left\{ (2\varepsilon^2 - \omega^2/\alpha^2)(2\varepsilon^2 - \omega^2/\beta^2) + 4\varepsilon^2 n_1 n_2 \right\} e^{-n' z}}{(2\varepsilon^2 - \omega^2/\alpha^2)(2\varepsilon^2 - \omega^2/\beta^2) + 4\varepsilon^2 n_1 n_2} \quad (2.21)$$

となる。この結果の $\sigma_z / P$ の関係、用いた $n'$ の値をFig.2.3に示す。式(2.18)より求めた $P$ を式(2.14)の関係に表示したとき、 $p$ と $u$ の関係の傾斜は、 $\rho C_L$ を満たす必要があるが、Fig.2.4に示すように、両者の関係の線の傾斜は $C_L = 60 \text{ m/s}$ をみたしており、整合性は保たれた。

以上の結果、砂が最密に充填の土石流の $C_L$ は

60m/sと考えることができる。また、表面での衝撃応力 $P$ は深さ0.9mの点の $e^{-n_1 z}$ ,  $e^{-n_2 z}$ 倍となり、10倍から100倍になる。

はじめに述べたように、金沢大学の測定で $z=0.9\text{m}$ の点の測定圧力が重錐の質量とその加速度より求めた $P_0$ と等しいとされているので砂層表面の衝撃力は $P_0$ の10から100倍となることが得られた。

### 2.3 衝撃力と衝突速度の関係

非圧縮性について、 $\bar{\rho}=0.14 \text{ ts}^2/\text{m}^4$ ,  $\Delta t=0.016 \text{ sec}$ , 流動深さ1.0m、3mについて $F_p(y)$ は平均値を用いて式(2.6)を計算した結果を表すとFig.2.4の実線のようになる。一方、圧縮性の場合として $\bar{\rho}=0.14 \text{ ts}^2/\text{m}^4$ ,  $C_L=60 \text{ m/s}$ として式(2.15)を計算した結果をFig.2.5に点線で示す。Skalak<sup>4)</sup>は、 $u > c/4$ の領域で、圧縮性として取り扱ってよいとしているので、 $C_L=60 \text{ m/s} \times 0.25=15 \text{ m/s}$ の点まで式(2.14)を

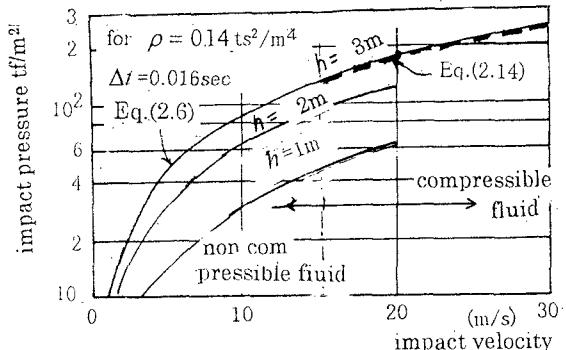


Fig.2.5 Relation between impact pressure and impact velocity

記入した。圧縮性の領域では式(2.14)はただ一つの関係しかないのでに対し、式(2.6)は流動深によって、 $F_p(y)$ の値が異なるため、式(2.6)は $\rho$ 一定でも $h$ の関数になるが、 $h=3\text{m}$ のケースでは両者はほぼ一本の線で表され、両領域での物質常数の整合性をもつことが示された。

### 3 土石流の衝撃力を対象とした砂防ダムの設計法

#### 3.1 衝撃荷重の静的荷重への置換

現在、コンクリート部材に対する耐衝撃設計法は、衝撃荷重を静的な荷重に置き換え、許容応力度法によるのが基本的な方法になっている。

##### (1) 土石流が非圧縮性流体とみなせるとき

瞬間的な荷重をそのまま静的荷重とすることは正しくない。そこで、構造物の設計において荷重とする力 $p$ は1secを単位として求める運動量の差から $p_1$ との力積がそれぞれ等しいものとする。

$$p_1 \times 1 \text{ sec} = p \times (\Delta t \times C) \quad (3.1)$$

そして $C$ は10とする。したがって2-3で述べた衝撃力 $p$ の1/10の力が、 $\Delta t \times 10$ の間に作用するとする。

## (2) 土石流が圧縮性流体とみなせるとき

圧縮性を考慮する場合も  $\Delta t$  は同じオーダーと考えて良いので、同じ扱いをする。

### 3.2 砂防ダムの断面設計

直轄の砂防ダムの被害は袖部の破壊が90%であるから、袖部の検査を行う。越流部の高さまで、満砂の状態で、土石流が衝突した状態で考える。

#### (1) 無筋断面の限界荷重

現行の砂防ダムは無筋のケースが多いので、無筋断面での限界強度を求める。

下田ら<sup>4)</sup>によると限界最大ひずみを  $200\mu$  と決めている。コンクリートの縦弾性係数  $E$  を  $1.8 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2$  とすると、 $\varepsilon \times E = \sigma_t$  より、 $\sigma_t = 0.36 \text{ kg/cm}^2$  となる。

許容引張応力度を与えたときの限界曲げモーメント  $M_c$  は、 $M_c = \sigma_t \cdot Z$  である。衝撃力によって袖の付け根に生じる曲げモーメントは、Fig.2.1の  $F_p(y)$  の下限の長さを  $b$  と表し、一様流速の時、

$$M = \int_0^h p dz \cdot y_e = \frac{\rho u h^3 b}{\Delta t \cdot 6} \quad (3.2)$$

ここに、 $y_e$  は作用点までの距離である。ひずみが  $200\mu$  になる限界のモーメント、ダムの断面形数を  $Z$  として、

$$\rho u h_e^3 b / (6 \Delta t) < \sigma_t Z \quad (3.3)$$

より、この条件を満たす土石流の限界流動深  $h_c$  は

$$h_c^3 > 6 \sigma_t Z \cdot \Delta t / (\rho u b) \quad (3.4)$$

実際の砂防ダムの堤幅は、2mが多いので、2.0mを標準幅とする。 $\rho = 0.14 \text{ tsec}^2/\text{m}^4$ 、 $\Delta t = 0.16 \text{ sec}$ 、 $u = 6.0 \text{ m/s}$  とすると、 $h_c = 1.06 \text{ m}$  となる。すなわち流動深さ1.0m、流速6.0m/sec、 $\rho = 0.14 \text{ tsec}^2/\text{m}^4$  の土石流が堤幅2mの無筋の堤体の限界荷重である。この計算を堤幅3mについて行うと、同じ土石流の条件で、限界水深  $h_c = 1.54 \text{ m}$  となり、この規模の土石流の発生頻度は低下するので、幅3mのダムの被災例が少ない理由はここにあるといえる。

#### (2) 袖部のところを複鉄筋にしたときの限界荷重

土石流による衝撃力は大きいが、発生頻度は低い。従って断面を決めるとき、応力限界設計法でよい。幅2mのダムに物理的に許せる範囲内で鉄筋を入れ、それがどの程度の土石流の規模に耐えるかを見る。

コンクリートの応力度がその許容応力度に達したときの抵抗モーメント  $M_{rc}$  は、許容応力度  $\sigma_{ca} = 80 \text{ kgf/cm}^2$  のとき、

$$M_{rc} = \left\{ \frac{bx}{2} \left( d - \frac{x}{3} \right) + \frac{(x-d)(d-d')}{x} n A'_s \right\} \sigma_{ca} \quad (3.5)$$

引張鉄筋の応力度がその許容応力度に達した場合の抵抗モーメント  $M_{rs}$  は、

$$M_{rs} = \left\{ A_s (d - d') + \frac{bx^2}{2n(d-x)} \left( \frac{x}{3} - d \right) \right\} \sigma_{sa} \quad (3.6)$$

である。堤幅は最も施工例の多い2mとし、鉄筋はJIS規格の最大径D51（公称直径50.8mm）を1mあたり8本、複鉄筋として配筋する。式(3.5)、(3.6)にこれらの値を代入すると、 $x = 0.755 \text{ m}$ 、 $M_{rc} = 227 \text{ tm}$ 、 $M_{rs} = 524 \text{ tm}$ となる。この限界モーメント  $M_c$  を式(3.3)に代入して、限界の土石流の流動深  $h_c$  を求めると、 $h_c = 3.34 \text{ m}$  となる。

#### 4. むすび

1. 土石流の衝撃力を算定した。土石流の衝撃力は衝撃時に土石流が非圧縮性流体または圧縮性流体としての挙動をするが、非圧縮性流体のときは、 $P = \rho \phi / \Delta t$  と表され、 $\phi$  の値は  $\phi = u(y)hF_p(y)$  とし、 $F_p(y)$  は計算に便利なように図表で表示した。また、 $\Delta t$  は  $0.016 \text{ sec}$  を得た。または圧縮性流体のときは、 $p = \rho C_L u$  として表され、 $C_L$  の値は、砂防ダムの設計にはその最大値として、 $60 \text{ m/sec}$  を採用すればよいことを述べ、両者は互いに連結することを Fig.2.5に図示した。

2. 砂防ダムの設計においては、上記荷重を静荷重に置換する必要がある。ここでは、通常の設計の外力に採用されている、1 sec間を単位として運動量の差から求められる力の力積と  $(0.016 \text{ sec}) \times c$  倍の時間間隔に生じる力の力積が等しい条件で置き直し、 $c=10$  を用いることにした。

3. 現在多用の無筋コンクリートダムで耐えられる限界の土石流の大きさを求める式をダムのひずみが  $200\mu$  以下という基準で定めた。その結果、現在一番多用される幅2mの堤体では、 $\rho = 0.14 \text{ tsec}^2/\text{m}^4$ 、衝突速度  $u = 6.0 \text{ m/s}$  の条件で流動深1.0mが限界である。これを複鉄筋にしたとき、幅2mの堤体で同じ条件の土石流で流動深  $h_c$  は  $2.34 \text{ m}$  となる。

今後さらにエネルギー法によって砂防ダムの吸収エネルギーがいくらであるか精査する必要があるが、土石流による袖部の被害を防ぐためには、コンクリート断面積は現状で良いが複鉄筋とするべきである。

**謝辞** この研究にあたり、実験方法の手伝を得た立命館大学大学院吉栖雅人、竹林洋史の両君に謝意を表すとともに、この研究に砂防地すべり技術センターの助成を得たことを記し、感謝の意を表す。

- 1) 大同：第2回落石などによる衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集、pp89-94、1991.
- 2) 金沢大学工学部土木工学科構造力学研究室：落石実験報告(1)、昭和59年1月。
- 3) 伯野、藤城、横山：動的圧力球根について：第24回年次学術講演会論文集、pp109-110。
- 4) Skalak, R ; Impact on the surface of a compressible fluid, J. Eng. for Industry, Vol. 88, No. 3, 1966, pp325-331
- 5) 下田義文：土木学会論文集、No450／I-20、pp. 131-140, 1992. 7.