

神戸大学工学部 正 員 中山 昭彦
神戸大学工学部 学生員 ○坂東 満

1. はじめに

最近の直接数値シミュレーション(DNS)の発達により得られる情報により、壁面上まで適用できるいわゆる低レイノルズ数型 k - ε モデルが数多く提案されている。提案者がそれぞれの計算法により出された結果はそれぞれ妥当なものと思われる。しかし多種多様なモデルが乱在するばかりであるため今後の発展のためにも整理が必要とされる。

本研究では主に最近良い結果が出ているとされる川島・河村(KK)¹⁾により提案されたモデルと島田・長野(SN)²⁾により提案されたモデルを同じ計算法(差分法)で計算し、DNSの値と比較することにより両モデルの検証、評価を行った。

2. 基礎方程式

本研究で使用するモデルは先に述べたKKモデルとSNモデルである。両モデルに共通して言える特徴は、 ε のかわりに $\tilde{\varepsilon}$ 方程式を用いていることである。

連続の式

$$\overline{U_{i,i}} = 0 \quad (1)$$

運動方程式

$$D\overline{U_i}/Dt = -1/\rho \overline{P_{,i}} + \nu \overline{U_{i,jj}} - (\overline{u_i u_j})_{,j} \quad (2)$$

レイノルズ応力及び渦粘性

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t (\overline{U_{i,j}} + \overline{U_{j,i}}) - 2\delta_{ij} k/3, \quad \nu_t = C_\mu f_\mu k^2/\tilde{\varepsilon} \quad (3)$$

KKモデル

k -方程式

$$Dk/Dt = \{(v + \nu_t/\sigma_k)k_{,j}\}_{,j} + P_k - \varepsilon + \Pi_k, \quad \Pi_k = -1/2 \nu \{k/\varepsilon (\hat{\varepsilon}/\varepsilon)^2 \hat{\varepsilon}_{,j}\}_{,j} \quad (4)$$

$\tilde{\varepsilon}$ -方程式

$$D\tilde{\varepsilon}/Dt = \{(v + \nu_t/\sigma_\varepsilon)\tilde{\varepsilon}_{,j}\}_{,j} + c_{\varepsilon 1} \tilde{\varepsilon}/k P_k - (c_{\varepsilon 2} \tilde{\varepsilon}^2/k + \tilde{\varepsilon} \hat{\varepsilon}/k) + c_{\varepsilon 3} \nu \nu_t (\overline{U_{i,jk}})^2 \quad (5)$$

SNモデル

k -方程式

$$Dk/Dt = \{(v + \nu_t/\sigma_k)k_{,j}\}_{,j} + P_k - \varepsilon + \Pi_k, \quad \Pi_k = \max[\{(v k_{,j} - (f_{w1} \varepsilon \bar{\lambda} e_j)\}_{,j}, 0] \quad (6)$$

$\tilde{\varepsilon}$ -方程式

$$D\tilde{\varepsilon}/Dt = \{(v + \nu_t/\sigma_\varepsilon)\tilde{\varepsilon}_{,j}\}_{,j} + c_{\varepsilon 1} \tilde{\varepsilon}/k P_k - c_{\varepsilon 2} f_2 \tilde{\varepsilon}^2/k + f_{w2} \nu \nu_t (\overline{U_{i,jk}})^2 + \Pi_\varepsilon \quad (7)$$

$$\Pi_\varepsilon = -\max[\nu(\tilde{\varepsilon}/kk_{,j})_{,j}, 0] \quad (8)$$

ここで両モデル共に $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - \hat{\varepsilon}$ であり $\hat{\varepsilon}$ は以下の通りである。

$$\hat{\varepsilon} = 2\nu(\sqrt{k_{,j}})^2 : \sqrt{k_{,j}} \geq 0, \quad \hat{\varepsilon} = 0 : \sqrt{k_{,j}} < 0 \quad (9)$$

なおモデル関数 f_μ 、モデル定数 C_μ 、 σ_k 、 σ_ε 等のモデルの物理的意味についての詳細は参考文献にて確認されたい。またここでの、 $(\)_{,i}$ 、 $(\)_{,ij}$ は $\partial(\)/\partial x_i$ 、 $\partial^2(\)/\partial x_i \partial x_j$ を略記したものである。

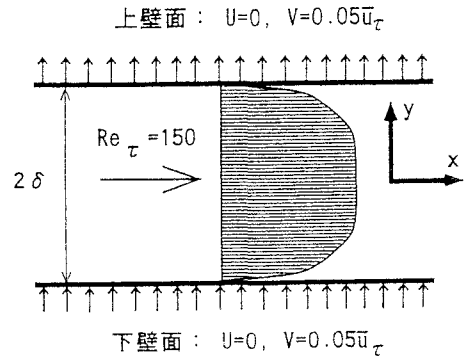


図-1 境界条件

3. 結果および考察

両モデルを図-1に示すような吸い込み・吹き出しを伴うもの(壁面で $V=0.05\bar{u}_\tau$)と伴わないもの(壁面で $V=0$)の2ケースでのチャンネル乱流に適用した。結果を図-2~図-4に示す。なお対応するDNSにあわせて平均摩擦応力から得られる平均摩擦速度 $\bar{u}_\tau$ とチャンネル半幅によるレイノルズ数 Re_τ を150, 395, とした。

全体的にDNSの結果を再現できているが、流速分布・乱流エネルギー分布共にSNモデルの方が低めの値が得られ流速分布ではKKモデルがよりDNSに近い値を示した。しかし乱流エネルギーはSNモデルが優れているようだ。ただし吹き出し側の乱流エネルギーが両モデルとも外れすぎているのが気にかかる。散逸率については $y^+=10$ あたりで停滞するという挙動が両モデル共に不完全であることを除けばDNSに対しよく一致していると言える。

4. 結論

モデル式が複雑でなく流速分布ではDNSに近い値を得ることができたという点ではKKモデルが実用的ではあるが、他の分布図ではSNモデルの方が優る所もある。本研究での検証はほんの一段階にすぎず、どちらのモデルが汎用性のあるものなのかは一概には断定できない。今後の課題としては高レイノルズ数でのDNSの結果を待ち、それと比較することにより低レイノルズ数型モデルの改善、発展が望まれる。

参考文献

- 1) 川島紀英, 河村 洋: $k-\varepsilon$ モデルによる吹き出し・吸い込みを伴うチャンネル内流の数値計算, 第27回乱流シンポジウム講演論文集, 1995, pp.239-242.
- 2) 島田昌也, 長野靖尚: 種々のプラントル数流体の乱流直接数値シミュレーションに基づく温度場2方程式モデルの構築, 日本機械学論文集B編, 61巻, 584号, 1995, pp.246-253.

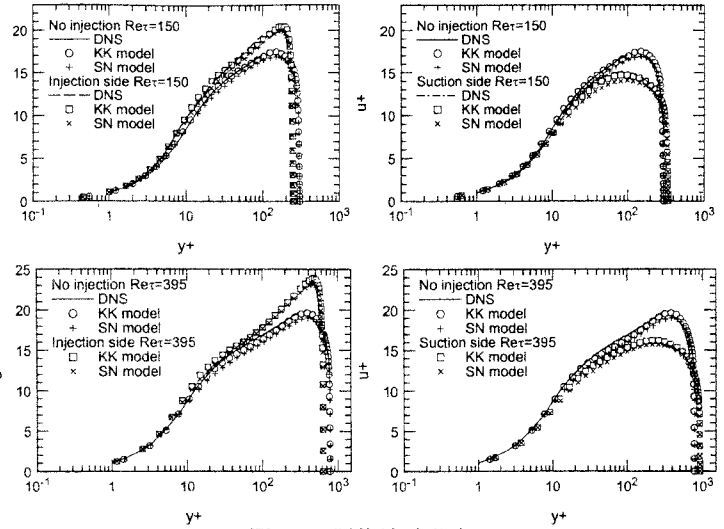


図-2 平均流速分布

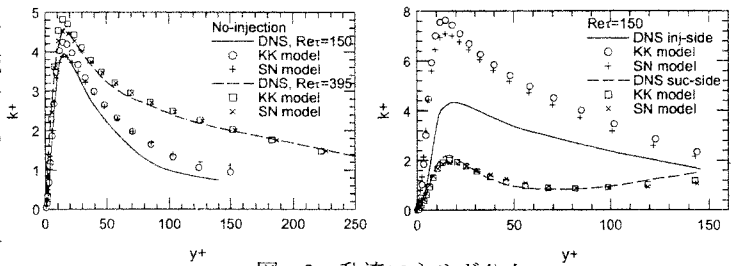


図-3 乱流エネルギー分布

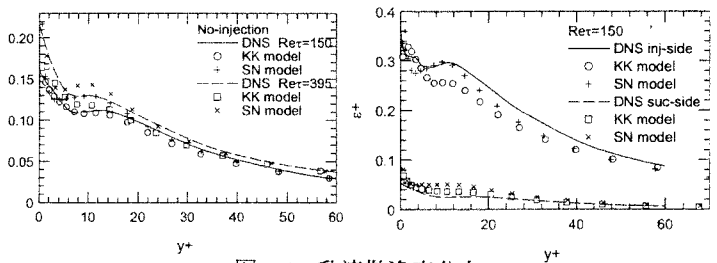


図-4 乱流散逸率分布