

京都大学工学部 正員 ○細田 尚
和歌山工業高等専門学校 正員 木村 一郎
京都大学工学部 正員 村本 嘉雄

1. はじめに：横流入を伴う開水路流れでは、せん断不安定に起因する水平面内の大規模渦が発生する。本研究では、水深積分 $k-\epsilon$ モデルを用いて図-1 に示すような開水路横流入部の渦運動の再現計算を試みる。従来の研究よりカルマン渦等の標準型 $k-\epsilon$ モデルによる再現性が非常に悪いことが指摘されている¹⁾。そこで、渦動粘性項に Strain Parameter を導入し、構成則に非線形性を考慮したモデルについて検討を行う。

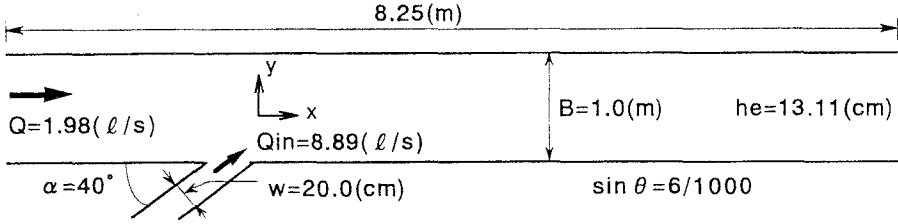


図-1 対象とした流れ場

2. 基礎式および数値計算法：水深積分された標準型 $k-\epsilon$ モデルの基礎式をこれらの基礎式に示す。

[連続式]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

[運動方程式]

$$\begin{aligned} & \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \beta U M}{\partial x} + \frac{\partial \beta V M}{\partial y} + g h \frac{\partial h}{\partial x} \\ &= g h \sin \theta - \frac{1}{\rho} \tau_{bx} + \frac{\partial -\bar{u}^2 h}{\partial x} + \frac{\partial -\bar{u} \bar{v} h}{\partial y} + \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \beta U N}{\partial x} + \frac{\partial \beta V N}{\partial y} + g h \frac{\partial h}{\partial y} \\ &= -\frac{1}{\rho} \tau_{by} + \frac{\partial -\bar{u} \bar{v} h}{\partial x} + \frac{\partial -\bar{v}^2 h}{\partial y} + \nu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

[$k-\epsilon$ 方程式, ϵ -方程式]

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial U k}{\partial x} + \frac{\partial V k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + P_k - \epsilon + c_k \frac{u_*^3}{h} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial U \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial V \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right\} + c_{\epsilon 1} \frac{k}{\epsilon} P_k - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + c_\epsilon \frac{u_*^4}{h^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

[レイノルズ応力項]

$$-\bar{u}_i \bar{u}_j = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (6) \quad P_h = -\bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $D = c_\mu k^2 / \epsilon$ 、 $c_k = 1 / \sqrt{c_f}$ 、 $c_\epsilon = 3.6 c_{\epsilon 2} \sqrt{c_\mu / c_f^{3/4}}$ 、 $u_* = \sqrt{c_f (U^2 + V^2)}$ 、である。また、 h ：水深、 (U, V) ：水深平均流速、 (M, N) ：各々 $M = hU$ 、 $N = hV$ で定義される流量フラックス、 $-\bar{u}_i \bar{u}_j$ ：水深平均されたレイノルズ応力テンソル (i, j はともに 1, 2 の値をとり、1 は x 方向、2 は y 方向を意味する。)、 ν ：動粘性係数、 θ ：水路床勾配、 τ_{bx}, τ_{by} ：底面せん断応力ベクトルの成分、 β ：運動量係数、 (x, y) ：空間座標、 t ：時間を表す。用いたモデル定数を表-1 に示した。計算法としては有限体積法を用い、移流項に 2 次元 QUICK スキームを、時間積分にはアダムス・バッシュフォース法を用いた。計算格子幅は、 $\Delta x = 5.0(\text{cm})$ 、 $\Delta y = 2.0(\text{cm})$ とし、計算時間間隔は、 $\Delta t = 0.00002(\text{sec})$ とした。水理条件等は図-1 に示した。

Takashi HOSODA, Ichiro KIMURA, Yoshio MURAMOTO

3. 数値計算結果の考察：図-2は標準型 $k-\epsilon$ モデルによる計算結果を示す。横流入に伴う循環流が再現されているが、非定常な渦の発振はみられない。そこで、モデルの改良を行うため、式(8)で定義される Strain Parameter S を導入して、Kato-Laundrer と類似の式(9)を用いて係数 c_μ を補正する¹⁾。

$$S = \frac{k}{\epsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2} \dots\dots\dots (8) \quad c_\mu(S) = \min \left[0.09, \frac{A_2}{1 + A_1 \cdot (\min[20, S])^{1.5}} \right] \dots\dots\dots (9)$$

式(9)中の定数 A_1, A_2 の値を表-2に示すように変化させて計算を行った。図-3,4はそれぞれ、Run 1および Run 2による計算結果である。Run 1では循環が多少主流方向に引き伸ばされているものの、渦の発振には至っていない。一方、図-4では、非定常な渦の発振がみられる。

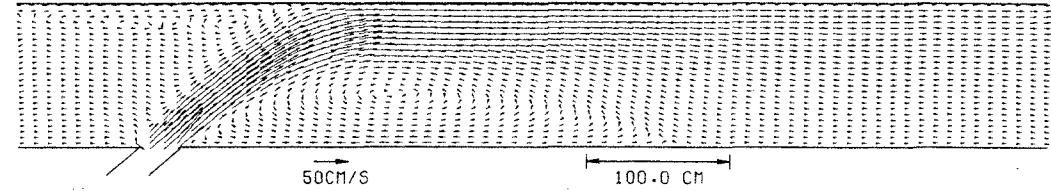


図-2 計算結果 (標準型 $k-\epsilon$ モデル)

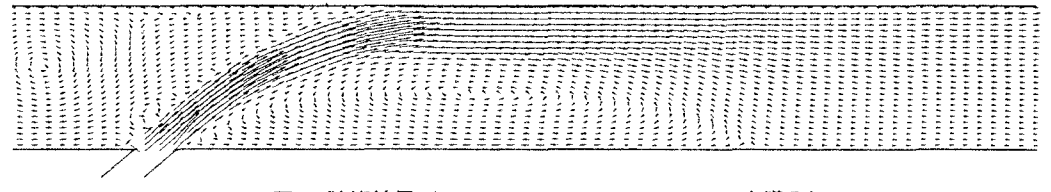


図-3 計算結果 (Strain Parameter(Run 1)を導入)

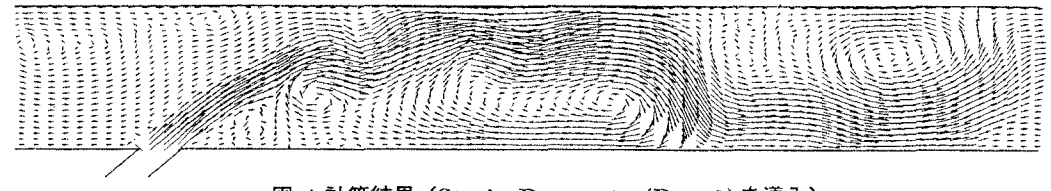


図-4 計算結果 (Strain Parameter(Run 2)を導入)



図-5 計算結果 (非線形 $k-\epsilon$ モデルに Run 2 の Strain Parameter を導入)

次に、構成則に非線形性を考慮した非線形 $k-\epsilon$ モデルの導入を試みる。非線形 $k-\epsilon$ モデルの導出過程、およびモデル方程式の表示には類似のものがいくつかあるが、ここでは笠木らの提案するモデルを用いることにする²⁾。非線形 $k-\epsilon$ モデルによるレイノルズ応力の表示を式(10)に示す。

$$-\overline{u_i u_j} = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} - c_\mu \frac{k^3}{\epsilon^2} \sum_{\beta=1}^3 C_\beta \left(S_{\beta ij} - \frac{1}{3} S_{\beta \alpha \alpha} \delta_{ij} \right) \dots\dots\dots (10)$$

$$S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}, \quad S_{1ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_\gamma} \frac{\partial U_j}{\partial x_\gamma}, \quad S_{2ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_\gamma}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_\gamma} + \frac{\partial U_\gamma}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_\gamma} \right), \quad S_{3ij} = \frac{\partial U_\gamma}{\partial x_i} \frac{\partial U_\gamma}{\partial x_j}$$

図-5に示す計算結果は上述の非線形 $k-\epsilon$ モデルで $C_1 = 0.4, C_2 = 0.0, C_3 = -0.15$ とし、さらに Run 2 の Strain Parameter を導入したものである。図-4と比較して、渦の規模が大きくなっている。

参考文献 1) Kato-Laundrer : Proc. 9th symp. on TURBULENT SHEAR FLOW, Vol.1, pp.10-4-1~6, 1993.
2) 明・笠木：機会学会論文集 (B編), 56巻, 531号, pp.94-100, 1990.