

京都大学大学院 学生員 ○内倉 嘉彦
京都大学工学部 正 員 細田 尚

京都大学工学部 正 員 長田 信寿
京都大学工学部 正 員 村本 嘉雄

1. はじめに: 本研究は、側岸の移動を伴う開水路非定常流れを取り扱い得る基本的数値解析モデルの構築を目的としている。ここでは境界の時間的な変化に対応できるよう移動一般座標系を用いる。本モデルを一様湾曲流路の流路変動解析に適用し、実験結果と比較することにより現象再現性の検証を行う。

2. 基礎式と計算方法: 基礎式は、平面2次元流れの基礎式および流砂の連続式で構成され、移動一般座標系を用いて表示すると以下のものである。なお、運動方程式に関しては ξ 方向のみ示してある。

$$[\text{連続式}] \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{h}{J} \right) = 0$$

[運動方程式] ξ 方向

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q^x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left((\xi_t + U) \frac{Q^x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left((\eta_t + V) \frac{Q^x}{J} \right) - \frac{M}{J} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right) - \frac{N}{J} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} + (\xi_t + U) \frac{\partial \xi}{\partial \xi} + (\eta_t + V) \frac{\partial \xi}{\partial \eta} \right) \\ & = -gh \left(\frac{\xi^2}{J} \frac{\partial \xi}{\partial \xi} + \frac{\xi \eta}{J} \frac{\partial \xi}{\partial \eta} - \frac{\tau_b^x}{\rho J} + \frac{\xi}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-u^2 h) + \frac{\xi \eta}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-u^2 h) + \frac{\xi^2}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-v^2 h) + \frac{\xi \eta}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-v^2 h) + \frac{\xi \eta}{J} \frac{\partial}{\partial \eta} (-u'v'h) + \frac{2\xi \eta}{J} \frac{\partial}{\partial \xi} (-u'v'h) \right) \end{aligned}$$

$$[\text{流砂の連続式}] \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{z_b}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\xi}{J} z_b + \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_B^x}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\eta}{J} z_b + \frac{1}{1-\lambda} \frac{q_B^y}{J} \right) = 0$$

ここに、 h :水深、 z_b :水位、 (M, N) :流量フラックス、 $-\overline{u'^2}, -\overline{u'v'}, -\overline{v'^2}$: x - y 座標系の水深平均レイノルズ応力の成分、 (u, v) :流速ベクトルの反変成分、 J :座標変換のヤコビアン、 ξ_t, η_t :座標の時間微分、 (q^x, q^y) :流量フラックスの反変成分、 (τ_b^x, τ_b^y) :底面せん断応力の反変成分、 λ :河床材料の空隙率、 z_b :河床高、 (q_B^x, q_B^y) :流砂量の反変成分である。また、流線方向、横断方向の流砂量はそれぞれブラウン式、長谷川式で算出する。なお、長谷川式における2次流に起因する底面での横断方向流速は次式で求める。

$$u_{nb} = -N_* \frac{h}{r} u_{sb} \quad (N_* = 11.5)$$

ここに、 N_* :定数、 r :流線の曲率半径、 u_{sb} :底面での流線方向流速である。

河岸の崩落・堆積については、長谷川¹⁾のモデル化を参考として、側岸崩落過程の1サイクル、すなわち、側岸の洗掘から天端土塊の崩落、崩落土塊の洗掘域への堆積と側岸の移動の過程を、Fig. 1のようにモデル化した。ここで、崩落の発生は、次式で示す崩落条件が満たされたと同時に生じるものとする。

$$\int_{\eta_0}^{\eta_1} (\tan \beta_k (\eta - \eta_0 - \Delta B_c) + z_b(\eta_0) - z_b(\eta)) d\eta = \frac{1}{2} \Delta B_c^2 \tan \beta_k + \Delta B_c h_f$$

ここに、 β_k :水中安息角、 h_f :側岸の水上部分の高さ、 ΔB_c :河岸の崩落限界幅、 η_0, η_1 :Fig. 1の横座標の値である。

3. 計算条件: 対象とした流路の平面図、横断図をFig. 2に示し、計算の水理条件を、福岡ら²⁾の実験に合わせ、Table 1のように設定する。

Table 1 計算条件

河床勾配	河岸勾配	n	λ	d (cm)	流量 (cm ³ /s)
1/400	30°	0.014	0.4	0.72	2000

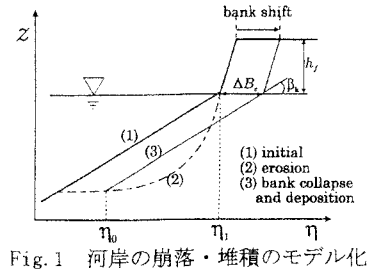


Fig. 1 河岸の崩落・堆積のモデル化

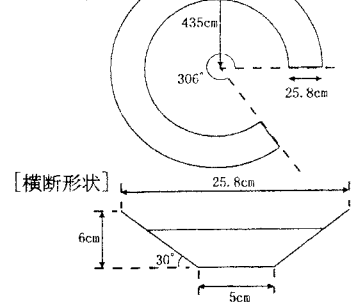


Fig. 2 流路形状

4. 計算結果および考察: Fig. 3 は湾曲角 210° での横断形状の時間変化を実験と比較したものである。実験では外岸のみが侵食されるのに対して、計算では内岸も侵食されている。また、外岸の侵食量についても、計算結果は実験結果と比較して少ない。Fig. 4 に、外岸と内岸の侵食幅の時間変化を示す。これより、内岸と外岸の侵食速度はほぼ同じであり、実験結果と大きな差があることがわかる。

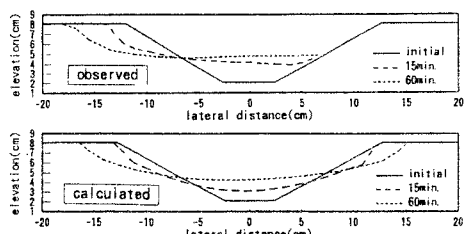


Fig. 3 横断形状の時間変化

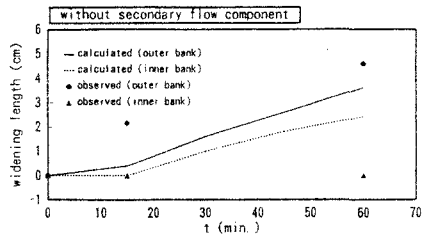


Fig. 4 侵食幅の時間変化

これは流れの基礎式に2次流による影響を考慮していないことが原因と考え、運動方程式に以下に示す2次流による応力項の導入を図る。(ξ方向のみ表示)

$$-k_{m\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \left\{ \xi_s (u_s A_n h \sin 2\gamma) - \xi_t (u_s A_n h \cos 2\gamma) \right\} \right] - k_{m\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \left\{ \eta_s (u_s A_n h \sin 2\gamma) - \eta_t (u_s A_n h \cos 2\gamma) \right\} \right] \\ + k_{m\gamma} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{1}{J} \left\{ \xi_s (u_s A_n h \cos 2\gamma) + \xi_t (u_s A_n h \sin 2\gamma) \right\} \right] + k_{m\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{1}{J} \left\{ \eta_s (u_s A_n h \cos 2\gamma) + \eta_t (u_s A_n h \sin 2\gamma) \right\} \right]$$

ここに、 γ : 流線と x 軸のなす角、 u_s : 水深平均流速の流線方向成分であり、 A_n 、 k_{s2} 、 k_{sn} は次式で示される。

$$A_n = \frac{u_s h}{r}, \quad k_{s2} = 1, \quad k_{sm} = 5 \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} - 15.6 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 + 37.5 \left(\frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^3,$$

ここに、 κ : カルマン定数、 C : シェジীর係数である。

Fig. 5 は2次流を考慮した場合と考慮しない場合の流速分布である。2次流の項の導入により、最大流速位置が外岸にシフトしている。Fig. 6 に、2次流を考慮した場合の横断形状の時間変化を示す。外岸の侵食量は実験結果とほぼ合致し、内岸についても、依然として侵食されているが、2次流を考慮しない場合に比べ、その侵食量は大きく減少しており、前述の問題点が改善される結果となった。Fig. 7 は2次流を考慮した場合の、外岸と内岸の侵食幅の時間変化である。内岸と外岸の侵食速度に明らかな差が現れ、内岸では侵食が減少し、外岸では侵食の増大が見られ、外岸の60分後の侵食量は実験結果とほぼ合致している。

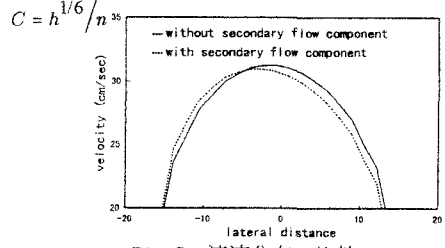


Fig. 5 流速分布の比較

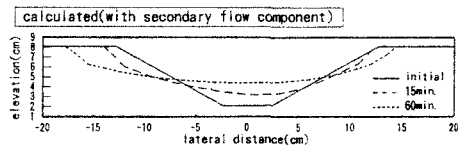


Fig. 6 横断形状の時間変化(2次流考慮)

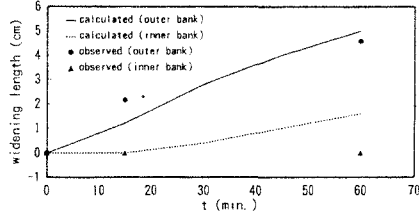


Fig. 7 侵食幅の時間変化(2次流考慮)

5. まとめ: 本研究は、2次元的な流路変動を取り扱い得る移動一般座標系を用いた数値解析モデルを提案し、一様湾曲流路の流路変動計算に適用した。その結果、2次流による底面での横断方向流速に加えて、流れの基礎式に2次流の項を考慮することで、本数値モデルが湾曲流路の流路変動予測に適用可能であることが示された。

参考文献: 1) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究，北海道大学学位論文，1983. 2) 福岡捷二・山坂昌成・竹内 聡・古屋 晃・永納栄一：湾曲流路の側岸侵食，第27回水理講演会論文集，pp. 721-732，1983.