

京都大学工学部 正 員 村上 正吾
建設省 正 員 奥田 晃久
京都大学大学院 学生員○新橋 秀樹

1. はじめに 降雨による裸地斜面からの土砂流出量の算定には、降雨の衝撃と表面流の掃流力の二つの外力の相対強度と侵食形態に応じたモデルが必要である。実際の裸地斜面から土砂流出の場合、リルやガリの形成が顕著となり、どの程度の降雨条件や水理条件から砂面の3次元的な擾乱が発生あるいは発達していくのかの検討は、流砂モデルの適用条件を与える上でも必要となる。こうした検討を粘性斜面を対象にして澤井¹⁾が、最近では泉²⁾が非粘着土砂を対象に横断方向に与えられた擾乱の発達から水路形成について論じている。本報では、流れは平面2次元流れとして扱い、流砂モデルとしては掃流砂の砂面擾乱に対する遅れ距離が明確な pick-up rate と step length より構成される確率モデルを用いた線形不安定解析の枠組みで、砂面擾乱の発達の検討を行う。

2. 線形化された平面2次元流れの解 斜面上の流れは相対水深が小さいことで特徴づけられ、その抵抗則（流速係数） β_0 は式(1)の様に相対水深 h_0/d の関数になり、水深変化に対してその変化率は比較的大きく、砂面擾乱に伴う水深変化ひいては流速係数の変化の影響を検討しておく必要がある³⁾。式中、Karman 定数 $\kappa_0=0.4$ 、実験定数として $Br_m=5.5$ 、 $Br=3.0$ 、 $k=0.23$ である。図-1に示されるように面状侵食過程の進行中に式(2)で示される振幅 a 、流下方向の角波長 $\kappa(=2\pi/L$ 、 L :波長)、横断方向の角波長 $l(=m\pi/B$ 、 m :整数、 B :斜面幅)でその伝播速度 c である微小擾乱が与えられものとする。この時この擾乱に対する各諸量の変動成分が微小で線形解析が可能な範囲内であるとき、移流項を考慮した平面2次元流れの線形化方程式は式(3)~(6)と書ける。ここで、 u , v , ξ , η , β' はそれぞれ流下・横断方向流速、水面、路床および流速係数に関する摂動分であり、上付き $\wedge$ は長さ、速度スケールとして非擾乱時の水深 h_0 、主流速度 U_0 を用いて無次元化していることを表し、 $Fr^2 = U_0^2 / gh_0$ 、 ib : 路

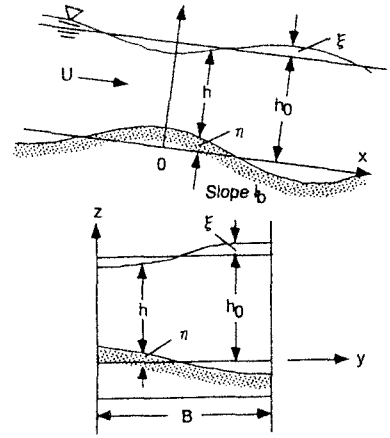


図-1 座標系定義図

流れと流砂に関する式群

$$\beta_0 = \frac{U_0}{u_*0} = \frac{1}{\kappa_0} \ln \frac{h_0}{d} + Br_m + \Delta Br \{1 - \exp(-k \frac{h_0}{d})\} \dots (1)$$

$$z(x, y, t) = a(t) \cos ly \sin \{ \kappa(x - ct) \} \dots (2)$$

$$Fr^2 \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x}^2} + 2ib\hat{u} - Em \left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y}^2} \right) + \frac{\partial \hat{\xi}}{\partial \hat{x}} - ib(1 - \beta')\hat{\xi} + ib(1 - \beta')\hat{\eta} = 0 \dots (3)$$

$$Fr^2 \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x}^2} + ib\hat{v} - Em \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{y}^2} \right) + \frac{\partial \hat{\xi}}{\partial \hat{y}} = 0 \dots (4)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} + \frac{\partial \hat{\xi}}{\partial \hat{x}} - \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{x}} = 0 \dots (5)$$

$$\beta' = \beta_0 \left[1 - 2\sqrt{\beta_0} \left\{ \frac{1}{\kappa_0} - \Delta Br \cdot k \frac{h_0}{d} \cdot \exp\left(-k \frac{h_0}{d}\right) \right\} \frac{h'}{h_0} \right] \dots (6)$$

$$\Psi(x, y, t) = a(t) \cos ly \sin \{ \kappa(x - ct) - \phi \} \dots (7)$$

$$a/a = r_z \cos \phi_z \dots (8) ; \kappa c = r_z \sin \phi_z \dots (9)$$

$$\sin \phi_z = (\cos \phi_{Bx} - \varepsilon_0 \varepsilon_1 \sin \phi_{By}) / R_0 \dots (10)$$

$$\cos \phi_z = -(\sin \phi_{Bx} + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \cos \phi_{By}) / R_0 \dots (11)$$

$$R_0 = 1 + (\varepsilon_0 \varepsilon_1)^2 + 2\varepsilon_0 \varepsilon_1 \sin(\phi_{Bx} - \phi_{By}) \dots (12)$$

$$r_{Bx} = r_p / \sqrt{1 + (\kappa \Lambda)^2} \dots (13)$$

$$\phi_{Bx} = \arctan(\kappa \Lambda) + \phi_p ; \phi_p = \phi_u \dots (14)$$

$$r_p / r_\tau = (\eta + 1.4) / (\eta - 0.7) ; \eta = \tau_0 / \tau_{*c} \dots (15)$$

$$r_{By}^2 = \left(l / \sqrt{\mu f \eta} + r_\tau \cos \phi_\Gamma \right)^2 + r_\tau^2 \sin^2 \phi_\Gamma \dots (16)$$

$$\tan \phi_{By} = r_\tau \sin \phi_\Gamma / \left(l / \sqrt{\mu f \eta} + r_\tau \cos \phi_\Gamma \right) \dots (17)$$

Shogo MURAKAMI, Akihisa OKUDA and Hideki SHINBASHI

床勾配, $E_m = (\kappa_0/6) \cdot \sqrt{\beta_0} \cdot Fr^2$ である. u, v, ξ, η, β' の摂動分 Ψ は式(7)のように書け, 擾乱に対する位相差 ϕ_Ψ の流れ方向の無次元波長との関係を Froude 数 (砂粒の移動を考慮して射流とする) と縦横断方向の波長の比 $\varepsilon_0 = l/\kappa$ をパラメータにして図-2 に示す (ただし, $-\pi \leq \phi < \pi$ で定義). 図より $Fr=1.2, \varepsilon_0=1.0$ の場合のみ位相差の変化傾向は常流の場合によく似た傾向を示し, Froude 数の増加と共に縦横断の波長比の影響は小さくなるのがわかる. 計算の結果では, 抵抗則および拡散項の影響は比較的小さく, 流れ諸量の位相に対して ε_0 が重要なパラメータであることが認められた.

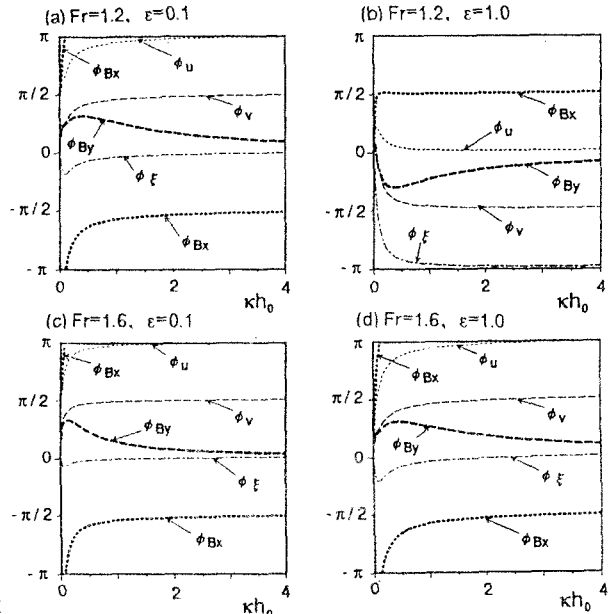


図-2 流れ諸量の位相差

3. 線形不安定解析の結果 与えられた擾乱の発達は式(8)で, その方向は式(9)で示され, 砂面の不安定性を示す指標 ϕ_z の評価が重要となり, 流砂の確率モデルと ϕ_z の結果を用いて評価すると式(10)~(12)のように書ける⁴⁾. 式(13), (14)は ϕ_z に直接関わる横断方向流砂量の位相差 ϕ_{Bx} と振幅 r_{Bx} である. $\varepsilon_1 = r_{By}/r_{Bx}$ は流砂量の振幅比を表す. 式(15)は pick-up rate の振幅である. 式(16), (17)は縦断方向流砂量の位相差 ϕ_{By} と振幅 r_{By} であり, 式に示されるように縦断勾配と流れの偏倚の効果が取り入れている. 図-3(a)~(c)は, 相対水深を $h_0/d=3$ とし, ε_0 を 0.1, 0.5, 1 と変化させて, 擾乱の発達領域をみたものである (I: 不安定上流に発達, II: 安定上流に減衰, III: 安定下流に減衰領域). 図より ε_0 が小さいほど上流に擾乱が発達する領域 I が広いことがわかる. このこ

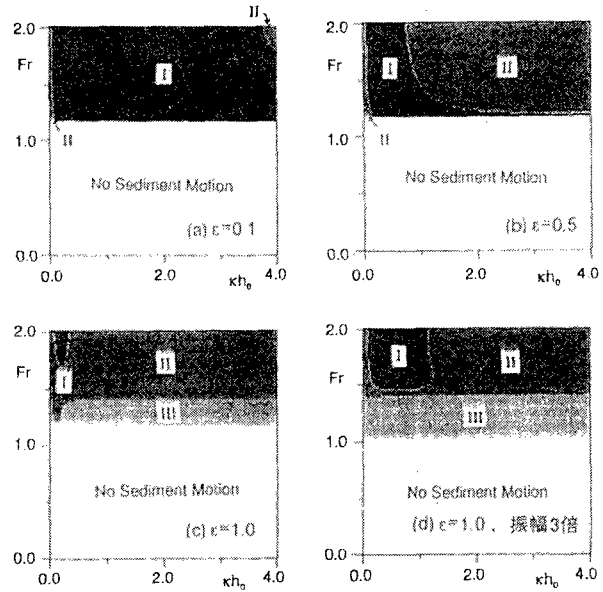


図-3 線形不安定解析の結果

ことは斜面の幅が十分広く, 側壁の効果が小さいときにはほとんどの場合, 微小擾乱からリル等の水路形成に及ぶことを示すものである. ε_0 が大きくしかも Froude 数が 1 に近い場合には図-2 に示したように流れの位相が常流に近い特性を示すため, 下流に減衰する領域が出現する. 図-3(d)は, pick-up rate の振幅を (c) の場合より 3 倍大きくとり, 雨滴の衝撃の効果を試算的に見たもので, 不安定領域の拡大は顕著であり雨滴の衝撃を考慮した検討が必要であることがわかる.

4. おわりに 対象とした水理条件内では流速係数, 拡散項の影響は小さく, 縦横断方向の波長の比の影響が大きく, 雨滴の衝撃効果を取り込む必要性が示唆された.

参考文献 1) 澤井: 京都大学学位論文, 1977. 2) 泉・G.Parker: 土論 No.521/II-32, 1995. 3) 辻本・細川: 土論 No.411/II-12, 1989. 4) 中川・辻本: 移動床流れの水理, 1985.