

日本建設コンサルタント(株) 正会員 ○吉栖 雅人
立命館大学理工学部 正会員 江頭 進治
立命館大学大学院 学生員 伊藤 隆郭

1. はじめに 養浜や貯水池堆砂対策あるいは濁水軽減対策に関連して、人工水路による土砂輸送問題の解明は重要である。ここでは固定床上における砂の移動形態を領域区分し、各移動形態における流速分布、流砂量式、ならびに流速分布式に含まれている粘性底層厚について検討する。

2. 基礎方程式 流れの場を2次元等流とし、これを図-1のように模式化して1流体モデルを適用する。このとき応力の表現に江頭ら¹⁾のものを適用すると、運動量保存則は次式で与えられる。

$$\int_{z_0}^{h_s} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_s}^{h_t} \rho g \sin \theta dz = \left\{ \int_{z_0}^{h_s} \rho (\sigma/\rho - 1) c g \cos \theta dz - p_d(z) \right\} \tan \phi_s + \tau_f(z) + \tau_g(z) \quad (1)$$

ここに、 h_t : 固定床から水面までの高さ、 h_s : 砂の全層厚、 σ : 砂礫の密度、 ρ : 水の密度、 c : 掃流砂層での砂礫の体積濃度、 g : 重力加速度、 θ : x 軸と水平のなす角、 ϕ_s : 砂の内部摩擦角である。 τ_f に江頭・芦田らの式¹⁾、 τ_g 、 p_d に宮本の式²⁾を適用する。これらの応力は次のようである。

$$\tau_f = k_f \rho \{ (1-c)^{5/3} / c^{2/3} \} d^2 (\partial u / \partial z)^2, \quad \tau_g = k_g \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2, \quad p_d = k_g \sigma e^2 c^{1/3} d^2 (\partial u / \partial z)^2 \quad (2)$$

ここに d は粒径、 e は粒子の反発係数、 k_f 、 k_g は実験定数である。

3. 砂の移動形態およびその領域区分図 砂と固定床の摩擦角

を $\phi_{sb} (< \phi_s)$ とする。 ϕ_s 、 ϕ_{sb} の2つの摩擦角の違いにより、固定床上において降伏応力 τ_y は不連続になる。これらをそれぞれ $\tau_{y0}(\phi_s)$ (図中白丸)、 $\tau_{y0}(\phi_{sb})$ (図中黒丸)のように表し、 $z=0$ における外力を τ_0 とする。 $z=0$ で $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$ のとき、 $z=h_p$ より上層においては砂層内部に流動応力が存在するため shear flow が形成される。一方、 $0 < z < h_p$ においては内部に流動応力が存在しないが、 $z=0$ において $\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb})$ に相当する流動応力が生じるため plug flow が形成される。更に、 $\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s) < \tau_0$ の時、滑面上の shear flow が形成され、 $\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_{y0}(\phi_s)$ の時、通常の移動床の状態となる。

式(1)において $z=h_p$ とし、 $\tau_f(h_p)=0$ 、 $\tau_g(h_p)=0$ 、 $p_d(h_p)=0$ に

注意すれば plug 層厚は次式で与えられる。

$$h_p/h_t = (c\alpha h_t/h_t - \tan \theta) / (c\alpha - \tan \theta) \quad (3)$$

また、plug flow の形成領域は次の条件で与えられる。

$$\frac{\tan \theta}{c\alpha} < \frac{h_s}{h_t} < \frac{c\alpha + (c_s - c)\beta - \tan \theta}{c\beta(c_s\alpha - \tan \theta)} \tan \theta \quad (4)$$

$$\tan \theta < \frac{c_s(\sigma/\rho - 1)}{c_s(\sigma/\rho - 1) + 1} \tan \phi_{sb} \quad (5)$$

ここに、 $\alpha = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_s - \tan \theta)$ 、 $\beta = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_{sb} - \tan \theta)$ である。ここで、式(4)の上限値は下層が動かなくなる限界の層厚を意味し、式(4)の下限値は砂層全体が shear flow となるときの最大層厚を意味する。また式(5)の不等号を等号にしたものは粒子が自由表面まで分散して流れるときの勾配である。

図-2は固定床上における砂の移動形態の領域区分図と実験データを比較したものである。流量、勾配一定

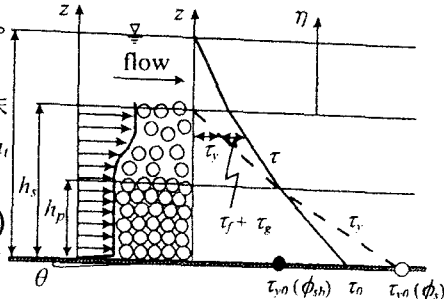


図-1 流れの模式図

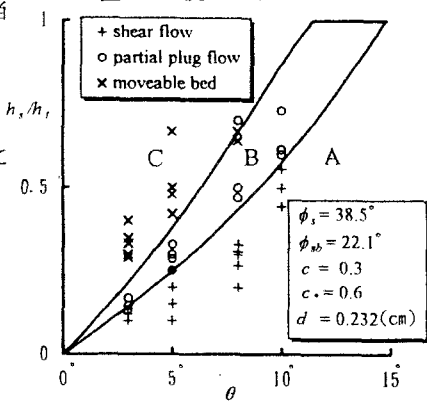


図-2 砂の移動形態の領域区分図

のもとで砂の層厚が増加する向きに現象をみると、滑面上の shear flow (領域A) → partial plug flow (領域B) → 移動床流れ (領域C) の順で流れの形態が遷移することがわかる。

4. 流速分布および流砂量 partial plug flow (領域B) の $h_p < z < h_s$ における流速分布は、 $z = h_p$ で $u = u_p$, $\partial u / \partial z = 0$ の条件のもとで、式(2)を用いて式(1)を積分すると、次式で与えられる。

$$\frac{u}{\sqrt{gh_i}} = \frac{2}{3} \left(\frac{A_3}{A_1} \right)^{1/2} \left\{ \frac{A_2}{A_3} - \left(\frac{h_s}{h_i} - \frac{z}{h_i} \right) \right\}^{3/2} + \frac{u_p}{\sqrt{gh_i}} \quad (6)$$

ここに、 $A_1 = f_f + f_g - f_d \tan \phi_s$, $f_f = k_f (1-c)^{5/3} / c^{2/3}$, $f_g = k_g (\sigma/\rho) (1-e^2) c^{1/3}$, $f_d = k_d (\sigma/\rho) e^2 c^{1/3}$, $A_2 = (1-h_s/h_i)(h_i/d)^2 \sin \theta$, $A_3 = [(\sigma/\rho-1) c \tan \phi_s - \{(\sigma/\rho-1) c + 1\} \tan \theta] \cos \theta (h_i/d)^2$, u_p は plug 層の流速である。路床のごく近傍においては砂層の滑動に伴い粘性底層が形成されたと考え、粘性底層厚 δ_s を $u_s \delta_s / \nu = \delta_s^*$ とし、摩擦速度を $u_* = \sqrt{(\tau_0 - \tau_{p0}(\phi_{sb})) / \rho}$ のように定義し、さらに $\nu du/dz = u_*^2$ とすれば plug 層の流速は次のように得られる。

$$u_p / U_* = \delta_s B^{1/2} \quad (7) \quad \text{ここに } U_*^2 = gh_i \sin \theta$$

$$B = (1 - \tan \phi_{sb} / \tan \theta) (\sigma/\rho - 1) \left\{ (c_* - c) h_p / h_i + c h_s / h_i \right\} + 1$$

なお領域Aの流れに関しては、式(1)に式(2)を用いたものを積分し、 $z = \delta_s$ で $u = u_a$ として得ることができ、また滑り速度 u_a は、式(7)において $h_p = 0$ として与えられる。また、領域Cの流速分布は式(6)において $u_p = 0$ とすることで得られる。図-3は各領域における流速分布と実験データを比較したものである。図-4は δ_s に関する実験データである。これによれば、 δ_s の上限値はほぼ 11.6 程度の値をとり、これは粘性底層厚が壁面乱流においてみられるものとほぼ同様の原理で定まっていることを示唆している。

単位幅流砂量は、 h_p , u , u_p についてそれぞれ式(3), (6) および(7)を適用すれば次のように得られる。

$$\Phi = 4/15 T_1 \tau_*^{5/2} + T_2 \tau_*^2 \quad (8)$$

ここに、 $\Phi = q_b / \sqrt{(\sigma/\rho-1)gd^3}$, $\tau_* = h_i \sin \theta / \{(\sigma/\rho-1)d\}$

$$T_1 = \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{1}{(c\alpha - \tan \theta)^2} \left(\frac{\sigma/\rho-1}{\cos \theta} \right)^2 \left(1 - \frac{h_s}{h_i} \right)^{5/2}$$

$$T_2 = B \frac{\delta_s (gd)^{1/2}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho-1)^{3/2}}{\sin \theta} \left\{ c_* - c \frac{c_* \alpha - \tan \theta}{c\alpha - \tan \theta} \left(1 - \frac{h_s}{h_i} \right) \right\}$$

図-5は式(8)と実験データの比較である。固定床上における土砂輸送量はある範囲を持つものとして与えられる。図の上限値は、領域AとBの境界における h_s/h_i を式(8)に与えて得られ、図の下限値は領域BとCの境界における h_s/h_i を式(8)に与えることによって得られる。

5. おわりに 無次元粘性底層厚について実験的に検討した結果、その上限値は 11.6 程度になることが分かった。固定床上を流し得る流砂量の最大値は、全層が shear flow で流れる領域Aと partial plug flow の領域Bとの境界で発生し、輸送形態が領域Bから領域C (移動床流れ) に向かうにつれ土砂輸送量は減少する。

参考文献 1) 江頭・芦田・矢島・高濱：京大防災研究所年報、32号B-2, PP.487-501. 2) 宮本：立命館大学学位論文、1985, pp.39-72.

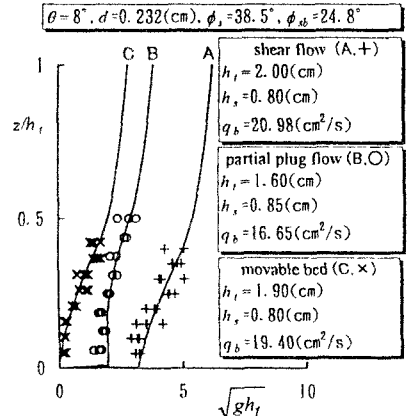


図-3 各移動形態における流速分布

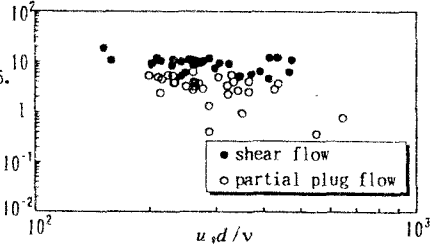


図-4 無次元粘性底層厚

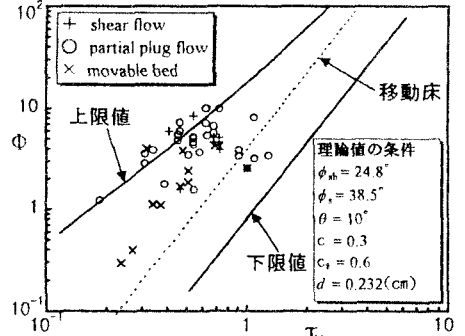


図-5 固定床上における土砂輸送能