

神戸大学大学院 学○東 隆史

(株)奥村組 正 一ノ瀬泰治

神戸大学工学部 正 北村 泰寿

1. まえがき

二次元飽和多孔質弾性体に対する薄層要素を用いた加振解については、本学会の論文集¹⁾に公表した。本研究は、三次元飽和多孔質弾性体に拡張することを意図して行ったものであり、本文では軸対称問題に対する加振解を示す。得られた薄層法加振解は理論解²⁾と比較して検証するとともに、薄層分割数による解の精度についても検討した。

2. 薄層法加振解の誘導の概要

飽和弾性体は、空隙を有する弾性骨格と空隙を完全に満たす圧縮性の流体で構成されているものとする。このとき、Biotの全応力表示を用いて支配微分方程式は次式のように表わされる。なお、時間項 $e^{-i\omega t}$ および物体力は省略する。

$$G(\nabla^2 - \frac{\delta_a}{r^2})u_i + (\frac{G}{1-2\nu} + \frac{R\alpha^2}{\beta^2})\partial_i \Delta + \frac{Ra}{\beta} \partial_i \Theta + \omega^2 \rho u_i + \omega^2 \beta \rho_f v_i = 0 \quad (1)$$

$$\frac{Ra}{\beta^2} \partial_i \Delta + \frac{R}{\beta} \partial_i \Theta + \omega^2 \rho_f u_i + \frac{i\omega \beta^2 + \omega^2 \kappa (\rho_s + \beta \rho_f)}{\beta \kappa} v_i = 0 \quad (2)$$

ここに、添字 i は $i=r, z$, ∂_i は添字 i 方向の偏微分, ∇^2 はラプラスの演算子, Δ , Θ は骨格変位および骨格と間隙水の相対変位の体積ひずみを意味する。 u_i は骨格変位, v_i は骨格と間隙水の相対変位, G はせん断弾性係数, ν はポアソン比, β は間隙率, κ は透水性を表す係数, ρ , ρ_f は飽和弾性体と間隙水の密度, ρ_s は慣性力の相互作用に関する質量連成係数, ω は円振動数である。また, α はBiotの有効応力係数, R はBiotの用いた構成則の係数で、詳細は省略する。

剛基盤を有する飽和弾性体を薄層に分割し、本研究では薄層内の変位を1次関数で表わす。薄層に対する式(1), (2)にガラーキン法を適用すれば、薄層に対する剛性方程式が求まる。これを全薄層に対して重ね合わせ、境界条件を考慮すれば全体剛性方程式を得る。式展開については文献1)と類似であるので、同文献に譲り詳細は省略する。

全体剛性方程式において、全応力、水圧で構成される表面力ベクトル項を0と置けば、波数に関する2次の固有値問題を形成する。この固有値問題から得られる固有ベクトルの直交条件を利用すれば、変位解は固有ベクトルの重ね合わせで表わすことができる。例えば、鉛直加振による骨格の鉛直変位は、波数領域で次式のように求まる。

$$\tilde{u}_z = \sum_{j=1}^N \frac{k_j}{k_j^2 - k^2} \phi_j^m \phi_j^n \tilde{\sigma}_z \quad (3)$$

ここに、 k は波数, k_j は j 次の固有値, N は全薄層数, ϕ_j^m , ϕ_j^n は j 次の固有モード, m, n は m 層, n 層の上端境界を指し、受振と加振境界を表わす。いま、表面において円形面に作用する鉛直等分布加振力を考えるとき、 $\tilde{\sigma}_z$ は次式のように与えられる。

$$\tilde{\sigma}_z = -p_0 J_n(kr_0) \quad (4)$$

ここに、 r_0 は加振半径, p_0 は加振振幅, r は加振中央点からの振源距離, $J_n(\cdot)$ は n 次のベッセル関数である。式(4)を式(3)に代入して、フーリエ・ベッセル逆変換を施せば骨格の鉛直変位が求まる。

$$u_z = p_0 \sum_{j=1}^N \phi_j^m \phi_j^n E_j \quad (5)$$

$$\text{ただし, } E_i = \frac{k_p \pi}{2i} J_0(k_p r) H_1^{(2)}(k_p r_0) - \frac{1}{r_0} \quad (0 \leq r \leq r_0), \quad \frac{k_p \pi}{2i} J_1(k_p r_0) H_0^{(2)}(k_p r) \quad (r \geq r_0)$$

ここに、 $H_n^{(2)}()$ は n 次の第2種ハンケル関数である。なお、鉛直点加振力に対する解は $r_0 \rightarrow 0$ の極限を考えることによって容易に求められる。

3. 数値計算結果とその考察

本研究で求めた薄層法加振解を検証するため、文献2)に得られている理論解と比較する。文献2)は鉛直方向の円形等分布加振に対する動的コンプライアンスを求めており、結果は無次元量で与えられている。計算条件として、剛基盤までの深さは加振半径の2倍である。なお、地盤定数は紙面上の都合上省略するが、せん断波速度は約230m/sである。また、薄層法加振解における薄層分割数は20層とした。図-1は、無次元加振振動数 $a_0 = \omega r_0 / V_s$ (ただし、 V_s はせん断波速度) に対する無次元動的コンプライアンスを比較したものである。図中の実線は文献2)からトレースしたものである。したがって、厳密な検証にはならないが、薄層法加振解は十分な精度で得られていると見なせる。

ところで、薄層厚さは小さくすれば厳密な解に近づくことになるが、計算コストが掛ることになる。そこで、薄層厚さに対する若干の検討結果を示しておく。計算条件は、剛基盤までの深さを10m、加振半径を1mとした。地盤定数は紙面の都合上省略するが、文献1)の値を用いた。なお、せん断波速度は200m/s、透水係数は 10^{-6} m/s、加振力は合力が1kNの鉛直等分布加振である。図-2、3は、加振中心から10mの表面における骨格の鉛直変位および水平変位の周波数応答である。5層分割は問題外として、10層程度になると20Hz以下では鉛直変位についてはほぼ問題ないと言えるが、水平変位については多少精度が落ちるようである。ここには図示していないが、透水係数が 10^{-3} m/sの場合には少し精度がよくなるという結果が得られている。これについては講演時に示す。ここで、20Hzのとき、薄層分割数10層は層厚がせん断波の波長の1/10に相当する。前例では、無次元加振振動数が $a_0=3$ で、薄層厚さはせん断波の波長の1/20となっており、十分な精度であったと言える。

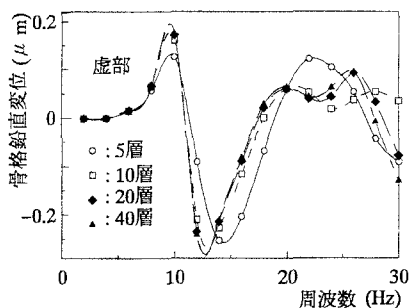
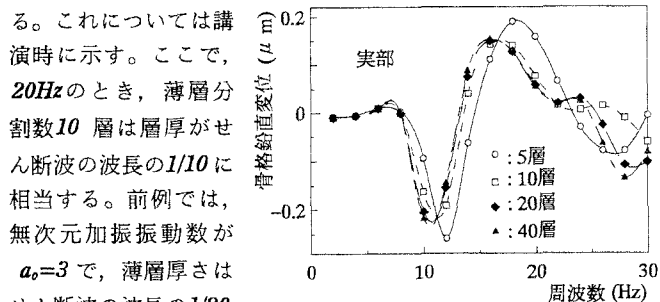


図-2 層数が鉛直変位に及ぼす影響

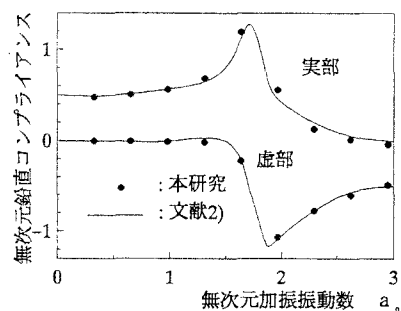


図-1 薄層法加振解の検証

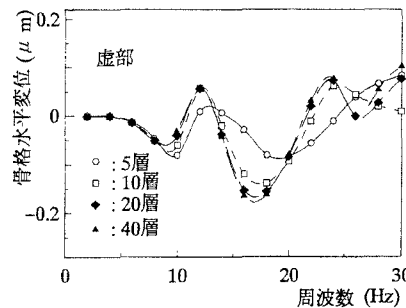
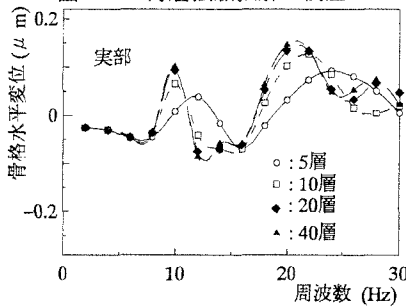


図-3 層数が水平変位に及ぼす影響

- 文献
- 1) 北村他 : 土木学会
論文集, No. 513/1-
31, 1995.
 - 2) 高谷他 : 構造工学
論文集, Vol. 36A,
1990.