

大阪ガス(株) 正員○有田 昌義  
神戸大学大学院 学生員 岩元 篤史  
神戸大学工学部 正員 北村 泰寿

### 1. まえがき

成層粘弾性地盤の過渡応答解析に対して、薄層要素-離散化波数法を利用した解析法を文献1)に報告した。本研究は、同文献に引き続き深さ方向の離散化に 2 次変位関数を導入して精度の向上を検討したものである。

### 2. 解析手法の概要

3 次元粘弾性体の波動方程式は次式のように書ける。

$$\{\lambda + \mu + (\lambda' + \mu')\frac{\partial}{\partial t}\} \nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + (\mu + \mu' \frac{\partial}{\partial t}) \nabla \mathbf{u} - \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (1)$$

変位および物体力ベクトルを  $r$  方向に Bessel 級数、 $\theta$  方向に Fourier 級数展開し、水平方向に伝播する波動の空間変動を特徴づける関数 surface vector harmonics  $\mathbf{R}, \mathbf{S}, \mathbf{T}$  を導入する。このとき、例えば変位ベクトル  $\mathbf{u}$  は次式のように表現できる。

$$\mathbf{u}(r, \theta, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [U_{r\theta m}^n(z, t) \mathbf{R}_m^n(r, \theta) + U_{z\theta m}^n(z, t) \mathbf{S}_m^n(r, \theta) + U_{\theta\theta m}^n(z, t) \mathbf{T}_m^n(r, \theta)] \quad (2)$$

ここに、 $k_n$  は離散化波数である。式(2)を式(1)に代入し、図-1のように  $z$  方向を薄層要素に離散化すれば、波動方程式はマトリックス形式の時間に関する常微分方程式となる。その際、深さ方向の離散化に次式の 2 次変位関数を用いる。

$$\begin{bmatrix} U_{r\theta m}^n \\ U_{z\theta m}^n \\ U_{\theta\theta m}^n \end{bmatrix} = N_1 \begin{bmatrix} U_{jlr} \\ U_{jl\theta} \\ U_{jlx} \end{bmatrix} + N_2 \begin{bmatrix} U_{jzr} \\ U_{jz\theta} \\ U_{jzx} \end{bmatrix} + N_3 \begin{bmatrix} U_{jsr} \\ U_{js\theta} \\ U_{jsx} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{ただし, } N_1 = \frac{z(2z-h)}{h^2}, \quad N_2 = \frac{-(2z+h)(2z-h)}{h^2}, \quad N_3 = \frac{z(2z+h)}{h^2}$$

また、 $\{U_{jlr}, U_{jl\theta}, U_{jlx}\}^T$  や  $\{U_{jzr}, U_{jz\theta}, U_{jzx}\}^T$  は、図-2 に示すように層上端、層下端の各成分を表し、数字の 1 が上端を、3 は下端を示す。この微分方程式に Foss の解法を適用すれば次式の解が得られる。

$$\left\{ \frac{dU_m^n}{dt}, U_m^n \right\}^T = [V_m^n] (\Theta_m^n(t)) [V_m^n]^T \{F\} \quad (4)$$

ここに、 $[V_m^n]$  はモーダルマトリックス、 $(\Theta_m^n(t))$  は固有関数を成分とする対角マトリックスである。また、 $\{F\}$  は物体力を Bessel および Fourier 変換し、 $z$  方向に離散化した値である。式(4)を式(2)に代入すればインパルス応答が求まるので、これを用いて加振力に対するたたみ込み積分を実行すれば、任意の加振力に対する変位解が次式のように得られる。

$$\mathbf{u}(r, \theta, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [H_m^n(r, \theta)] \int_0^t [V_m^n](\Theta_m^n(t-\tau)) [V_m^n]^T \{P(\tau)\} d\tau \quad (5)$$

ここで、 $[H_m^n(r, \theta)]$  は  $\mathbf{R}, \mathbf{S}, \mathbf{T}$  を含むマトリックス、 $\{P(\tau)\}$  は加振力である。

Masayoshi ARITA, Atsushi IWAMOTO and Yasutoshi KITAMURA

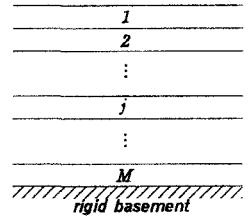


図-1 薄層モデル

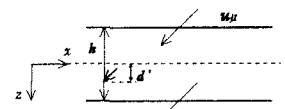


図-2 第  $j$  層の変位

### 3. 2次変位関数導入の効果

図-3に示す地盤モデルについて、2次変位関数の導入が地中内部点の変位応答に及ぼす効果を調べる。計算条件は、せん断波速度 $V_s=200\text{m/s}$ 、単位体積重量 $\rho=2.0\text{t/m}^3$ 、粘性定数 $\mu'=50.9\text{kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=1/3$ 、剛基盤までの深さ100m、薄層厚さ2m(層数50)、時間きざみ $\Delta t=1/200\text{sec}$ である。また、加振力は大きさが1.0kNの集中力で、10Hzのsine波1波として地表面に作用させた。受振点は、図-4に示すように、地表面下第1層内と第5層内に設けた。図-5、6は、それぞれ地表面下第1層、第5層内部点の変位応答波形である。図中、①～⑤は層上端、上1/4点、中央、下1/4点、層下端の波形であることを意味する。通常、薄層要素-離散化波数法を用いる場合、離散化波数、鏡像ソース点間距離、薄層要素数、時間きざみ等の諸条件の設定は重要であるが、紙面の都合上ここでは省略する。図-5、6より、2次変位関数を用いた場合の応答波形と1次変位関数の場合の波形には明らかな差異が認められる。厳密な解が得られていないので2次変位関数の精度の検討はできないが、図-5、6に見られる応答波形の差異は固有モードの改善効果が表れているものと思われる。

### 4. あとがき

本研究では、薄層要素-離散化波数法における深さ方向の離散化に2次変位関数を導入して応答解析を行った。今後は、空間の離散化的精度がより影響を及ぼすと考えられる地中内部の応力に対する検討を実施する必要がある。

### [文献]

- 北村・田中・有田：  
建設工学研究所報告,  
第37号, pp. 7-15,  
1995.

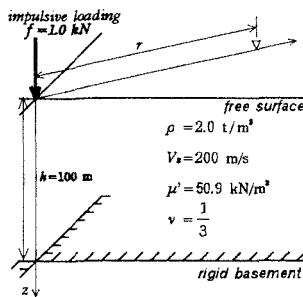


図-3 地盤モデル

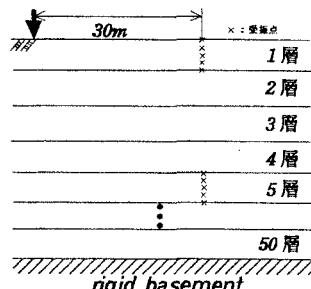
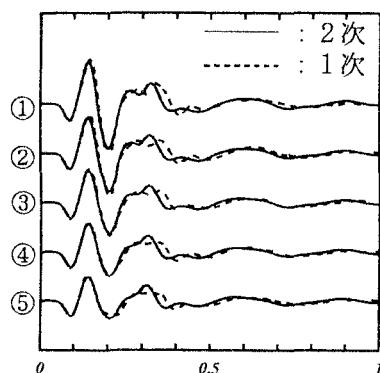
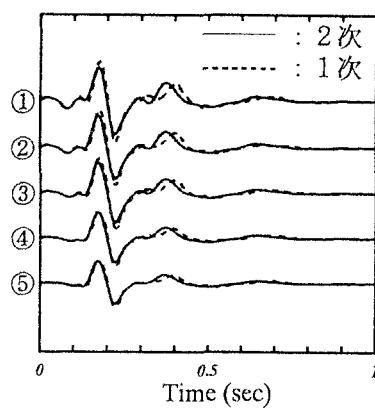


図-4 受振点の位置

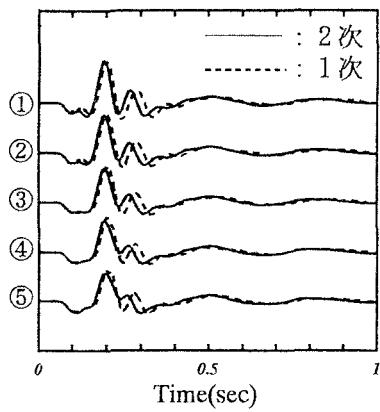


(a) 鉛直方向

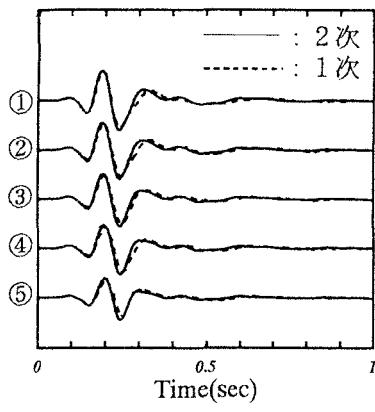


(b) 水平方向

図-5 表層部の変位応答



(a) 鉛直方向



(b) 水平方向

図-6 地中下部の変位応答