

土木学会 正会員 小林 昭一
 土木学会 正会員 西村 直志
 土木学会 学生会員 ○櫻井 良樹

1 はじめに

構造物-地盤系の耐震設計には、地震時の地盤震動を正しく把握することが必須である。そのためには、動弾性学の初期値-境界値問題を精度良く解くことが必要である。ここでは、時間域の境界要素法を適用することを試みた。境界要素法は、離散化が境界のみでよいためメッシュ分割は、比較的容易となり、また次元が一次元下がるので離散化の未知量は大幅に減少する。このような手法を用いて弾性波が入射したときの三次元地盤表面の変位を解析し評価することが本研究の目的である。

2 積分方程式

変位 u で表した Navier-Cauchy の運動方程式は、空間領域 $\Omega \subset R$ 、時間領域 $T^+ = [0, \infty)$ に対して次のように与えられる。

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \rho b = \rho \ddot{u} \quad (1)$$

ここに、 λ, μ は Lamé 定数、 ρ は密度、 b は物体力、 $(\dot{}) = \partial()/\partial t$ である。この式は、滑らかな表面 Γ の領域に対して次のような境界積分方程式に帰着する。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u_i(x_0) &= \int_{\Gamma} u_{ki}^*(x_0 - y, t - \tau) * p_k(y, t - \tau) d\Gamma \\ &- \int_{\Gamma} p_{ki}^*(x_0 - y, t - \tau) * u_k(y, t - \tau) + u_{Li} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 u_{ki}^* は基本解、 $p_{kj}^*(= T_{kj} u_{kj})$ は表面力、 T_{kj} は境界作用素、 u_{Li} は入射波の変位場、 $f(\cdot) d\Gamma$ は Cauchy の主値積分である。この積分方程式を境界条件のもとで解けば、境界上の変位および表面力を求めることができる¹⁾。

3 離散化と Gauss 積分

離散化に対しては、時間方向は、時間ステップごとに定義された線形な形状関数を用いて数値解析する。空間方向は、三角形の一定要素を用いた。積分には Gauss の 4 点数値積分を用いた。三次元空間上の面積分は、面積座標 $L_1, L_2, L_3 (L_1 + L_2 + L_3 = 1)$ を用いて、次式で表され、

$$I = \int_0^1 \int_0^{(1-L_1)} \Psi_{ij}(L_1, L_2) \Delta_k(L_1, L_2) dL_1 dL_2 \quad (3)$$

その Gauss 積分は、次式のようにになる²⁾。

$$I = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W \Psi_{ij}(L_1, L_2) \Delta_k(L_1, L_2) \quad (4)$$

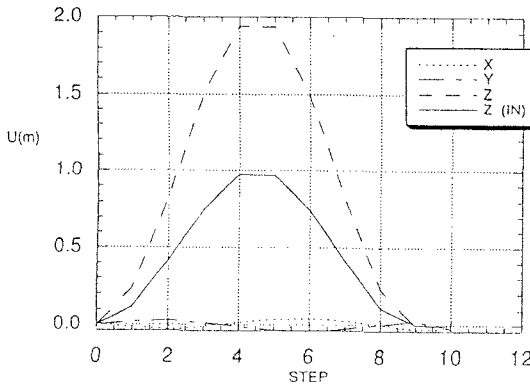
ここで、 W は重み、 $\Psi_{ij}(L_1, L_2)$ は、一般に関数、 $\Delta_k(L_1, L_2)$ は、ヤコビアンである。また、境界積分では基本解において $x_0 \rightarrow y$ のとき、それを特異性を有するので静弾性の基本解を用いて正則化を行うと結局、二重層ポテンシャルの対角成分 d_{ij}^{dyn} は、次のようになる。

$$d_{ij}^{dyn} = - \sum_{q=2}^Q \int_{S_q} p_{ij}^{*st} dS + \int_{S_1} (p_{ij}^{*dyn} - p_{ij}^{*st}) dS \quad (5)$$

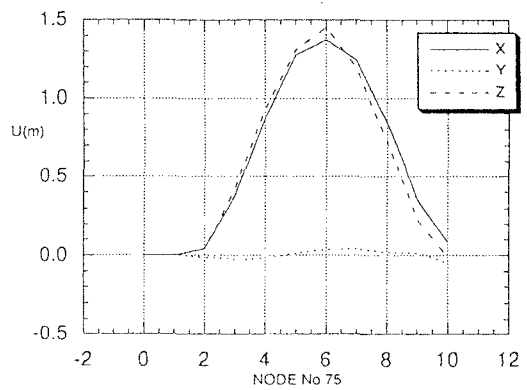
ここで、 p_{ij}^{*dyn} は動弾性の p_{ij}^* 、 p_{ij}^{*st} は、静弾性の p_{ij}^* である。

4 解析方法

本研究ではまず平面地盤をモデルとして解析精度を確認する。この平面地盤にさまざまな角度で平面波を入射させそのときの地盤の変位を求めた。地盤のメッシュ分割領域は、要素数 168, 節点数 97 とし、周りの要素を若干大きくした。次に三次元地盤として斜面の解析を行った。入射波としてはさまざまな入射波が考えられるが、2 種類について解析した。入射角 0° で、三角形形状の縦波と、入射角 45° で、 $(1 - \cos x)/2$ の縦波を入射した。図は、入射角 $0^\circ, 45^\circ$ で、 $(1 - \cos x)/2$ の縦波を入射したときの結果である。



$\cos x$ 形状の中央部による変位(入射 0°)



$\cos x$ 形状の中央部による変位(入射 45°)

5 おわりに

三次元地盤の震動を時間域境界要素法を用いて解析した。今回は積分を Gauss 積分により近似したので、メッシュの分割や、時間ステップ間隔の決定に注意を要した。メッシュ分割は、正三角形に近ければ Gauss ポイントの数を増やしても精度にあまり影響はなかったが、時間ステップ間隔は、大きすぎると解はばらつき、小さすぎると誤差が累積する傾向にあった。時間ステップ間隔は、1 ステップに 1 要素進む間隔が一番良いようである。この手法を用いれば様々な形状の地盤の解析ができるであろう。

参考文献

- 1) 境界要素法研究会 :境界要素法の理論と応用, コロナ社 1986, p.93-118.
- 2) O.C. ツィエンキービッツ:マトリックス有限要素法, 培風館 1975, p.130-153.