

建設省国土地理院 正会員 ○ 児島 温子
和歌山高専 環境都市工学科 正会員 有尾 一郎

1 はじめに

軸圧縮力を受ける部材の代表的な破壊形態の1つである座屈現象を考えるにあたり、分岐座屈の発生メカニズムを解析的および数値的に調べた。数値例として軸対称の two-bar truss の構造モデルを用いて、外力を与えたときの部材の分岐径路と分岐点の近傍における解の漸近的な性状を調べることにより、分岐現象の発生メカニズムを解き明かすことを本研究の目的としている。

2 解析モデル

図-1 に示す非弾性バネで支えられたモデルを考える。頂点を原点とし (x_i, y_i) は節点 i の座標を表す。また 図-2 は載荷時のトラスの変形を (x, y) で示したものである。 x, y 方向の釣合式は、

$$\begin{aligned} F_x &= EA \left\{ \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{\widehat{L}_1} \right) (x - x_1) + \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{\widehat{L}_2} \right) (x - x_1) \right\} + k = 0 \\ F_y &= EA \left\{ \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{\widehat{L}_1} \right) (y - y_1) + \left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{\widehat{L}_2} \right) (y - y_1) \right\} - f = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

となり f は鉛直荷重、 k はバネ定数、 EA は断面剛性、 $L_i, \widehat{L}_i$ は変形前・変形後の部材の長さを表す。

$$\begin{aligned} L_1 &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2}, & L_2 &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2}, \\ \widehat{L}_1 &= \sqrt{(x + x_1)^2 + (y - y_1)^2}, & \widehat{L}_2 &= \sqrt{(x + x_2)^2 + (y - y_2)^2} \\ k &= \beta_1 + \beta_2 \frac{x - x_2}{L_1} + \beta_3 \frac{(x - x_2)^2}{L_1^2} \end{aligned}$$

をそれぞれ表し、初期不整変数として各節点の変形前の座標とバネ定数 k のパラメータ $\beta_i (i = 1, \dots, 4)$ は

$$\begin{aligned} v &= v^0 + \epsilon d = (x_1, y_1, x_2, y_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)^T \\ &= (-1/2, 1, 1/2, 1, 0, 1, 0, 2)^T \end{aligned} \quad (2)$$

とベクトル表示される。 v^0 は変数の完全系の値を表し、完全系 ($\epsilon = 0$) のとき v^0 の値を定義することにより v が式 (2) のように定まる。以上の数値を式 (1) に代入することにより釣合式を求めることができる。

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{4(x - \frac{1}{2})}{\sqrt{5}} + \frac{8(x - \frac{1}{2})^2}{5} \\ &\quad + \left(x + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x + \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2}} \right) \end{aligned}$$

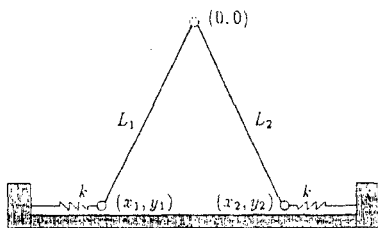


図- 1: 載荷前

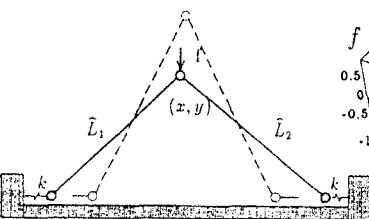


図- 2: 載荷後

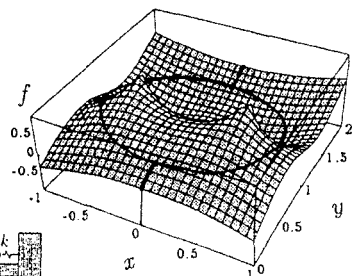


図- 3: 荷重-変位曲面

$$F_y = \left(\frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{(x - \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x + \frac{1}{2})^2 + (y - 1)^2}} \right) (y - 1) - f \quad (3)$$

この完全系の釣合式を解くことによって得られる解曲面を図-3に示す。この分岐点はモデルの左右対称性を反映し分岐解も左右対称となり、分岐点の位置は

$$x = 0, \quad y = 0.19073, \quad f = 0.25378 > 0 \quad (4)$$

となった。また、この式を分岐点の近傍でテイラー展開すると

$$\begin{aligned} F_x(x, y, f) - F_x(0, 0.19, 0.254) &= \tilde{x}^2 - 3.5\tilde{x}\tilde{y} + \text{h.o.t.} = 0 \\ F_y(x, y, f) - F_y(0, 0.19, 0.254) &= 1.2\tilde{y} - \tilde{f} + \text{h.o.t.} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

増分形の連立方程式を求めることができる。式 (5) から分岐方程式は

$$\begin{cases} 0.833\tilde{f} + \text{h.o.t.} = \tilde{y} \\ \tilde{x}^2 - 3\tilde{x}\tilde{f} + \text{h.o.t.} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

と求めることができ、これを連立して解くと

$$\begin{cases} \tilde{x} = 0, \quad \tilde{y} = 0.833\tilde{f}, & \text{主径路} \\ \tilde{x}/3 = 1.2\tilde{y} = \tilde{f}, & \text{分岐径路} \end{cases} \quad (7)$$

と分岐点の近傍における解の漸近的な性状が分かる。

3 結果

本研究の結果、このモデルの分岐点は構造系の左右対称性を反映し左右対称の分岐解を持つことがわかった。また、図-3にこのモデルの変位-荷重曲面を示す。以上の分岐点や分岐解近傍の解の漸近的な性状について調べるにより軸対称系の分岐座屈挙動が解析できる。

参考文献

- [1] Ikeda, K. and Murota, K. : Statistics of normally distributed initial imperfections, Int.J.Solids Structures,30(18),2445-2467, 1993.