

近畿大学 正会員 ○丸山義一

カリフォルニア大学

J. Bolander Jr.

## 1. 緒言

自然界に存在する自己相似性をもつ形状はフラクタルと呼ばれ、接線すなわち微分の定義が不可能な形であることが、コンピュータの発達に伴って明らかになりつつある。一方、非線形フィードバック系のカオスによるフラクタル生成のメカニズムが注目されている。そこで本研究では、非線形数値計算とフラクタルの関係について考察することを目的とし、その第 1 段階として形状修正問題を例にとる。具体的には、平面応力状態の弾性板構造を対象とし、それを構成する有限板要素におけるひずみエネルギーが均一化するように(修正基準①)板厚を変化させ、構造の形状修正を行なう。さらに、得られた板厚分布のフラクタル性について言及し、板厚修正基準としてフィン・ミーゼスの降伏条件を用いた場合(修正基準②)の結果と比較する。

## 2. 板厚修正手法

図-1のような十字方向に等しい引張力( $p = 25 \text{ t}$ )を受ける初期板厚  $1 \text{ cm}$  の正方形板の平面応力問題を有限要素法により解析する。材料は等質等方性を有する鋼(ヤング率  $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ , ポアソン比  $\nu = 0.3$ , 降伏応力  $\sigma_y = 3600 \text{ kgf/cm}^2$ )を想定する。板の縦横を 40 分割し、4 積分点を有する 4 節点アイソパラメトリック平面要素を用いる。

図-2 は板厚修正手順を示している。最初の FEM 構造解析までを第 1 サイクルとし、次に、各積分点における応力を算出し、板厚が修正された構造の FEM 解析までを第 2 サイクル、以下同様に第 3、第 4 サイクルと修正計算を繰り返す。ここでは、各積分点におけるひずみエネルギーが均一化するように板厚の修正を行う。ただし、大幅な板厚の修正は、その周囲の応力およびひずみを大きく変化させるので、本法では、板厚の修正量を前サイクルの  $\pm 10\%$  以内に制限するものとする。

## 3. 板厚修正結果

図-3 は、横軸にサイクル数  $S$ 、縦軸に全積分点におけるひずみエネルギーの最大値をとり、収束状況を示したものである。第 16 サイクル以降、ひずみエネルギーの変化は小さくなっている。図-4 は、第 30 サイクルの板厚分布図を示している。一方、図-5 は、板厚修正基準として基準②を用いた場合の結果である。図-4 のほうが図-5 に比べ、板厚形状が荒いことがわかる。

## 4. フラクタル次元解析

一様な箱を作るように 3 次元空間をメッシュで分割し、対象の一部を含む箱の個数を数える方法(ボックスカウンティング法)により、フラクタル次元を求める。図-6 のような箱を考え、箱の相似性の長さの比を  $r$  とし、板構造全体を覆うような一様な箱の個数を  $N(r)$  とする。ここで、 $r = 1$  の場合の箱の底面は、板要素の  $1/4$  の大きさとし、その厚さ  $t$  には初期板厚  $t_0$  に比べて十分小さな長さを設定した。

ここに、

$$a = r \frac{L_x}{n_x}, \quad b = r \frac{L_y}{n_y}, \quad t = r \frac{t_0}{10000}$$

ただし、板構造に関して、 $x, y$  は面内の直交座標、 $L_x, L_y (= 1 \text{ m})$  は  $x, y$  方向の寸法、 $n_x, n_y (= 80)$  は  $x, y$  方向の積分点の数である。

いま、 $r$  を変化させたときに、

$$N(r) \propto r^{-D} \quad (1)$$

すなわち

$$\log N(r) = -D \log r + C \quad (2)$$

なる関係が成りたてば、板厚分布はフラクタル性を有し、その次元はDである。図-7は、図-4の板厚分布について、 $\log N(r)$ と $\log r$ の関係( $r=1, 2, 4, 8, 10, 16$ )をプロットしたものである。両軸の値がほぼ直線関係にあるので、板厚分布はフラクタル性を有するものと考えて式(2)からフラクタル次元を求めれば、 $D=2.79\cdots$ が得られる。一方、修正基準②を用いた場合のフラクタル次元は、 $D=2.84\cdots$ であり、次元の大きさは板厚の滑らかさを表している。

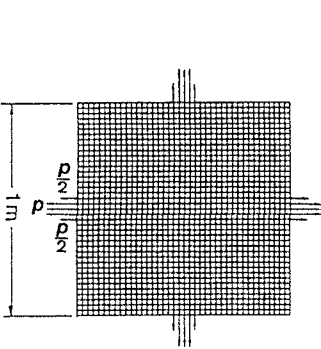


図-1 解析モデル

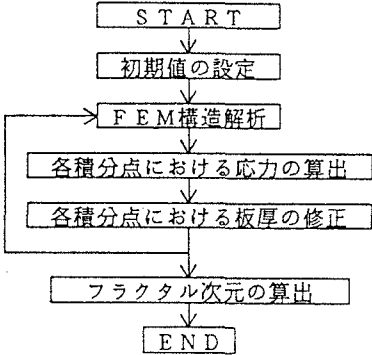


図-2 板厚修正手順

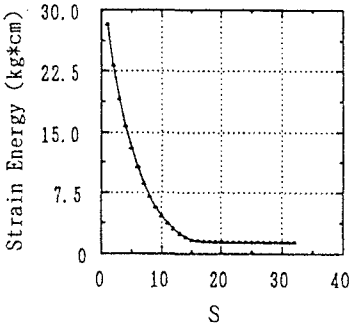


図-3 ひずみエネルギーの収束曲線

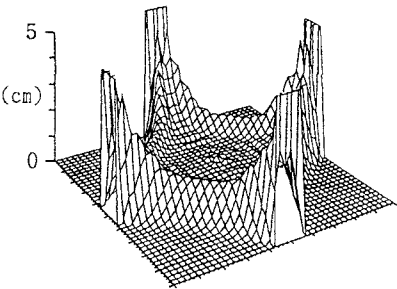


図-4 修正後の板厚(基準①)

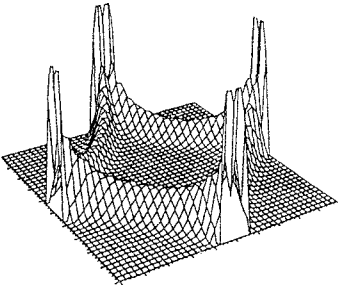


図-5 修正後の板厚(基準②)

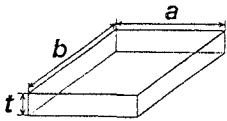


図-6 フラクタル次元解析に用いる箱

### 5. 結語

これらのフラクタル性は、解析修正における非線形のフィードバック過程（カオス振動現象）に起因しているのではないかと考えられる。今後は、より現実に近い解析モデルを作成するために、材料の微細構造および種々の物理的条件などを考慮する必要がある。また、フラクタル性を深く探求するためには、構造修正過程だけでなく成長過程をも考慮すべきである。なお、本研究は平成6年度科研費(奨励研究(A))を受けている。

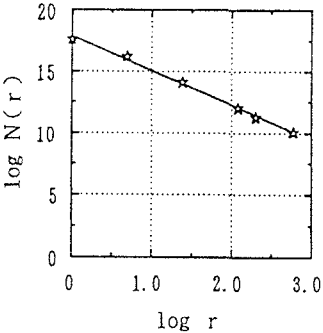


図-7  $\log N(r) - \log r$  の関係