

京都大学工学部 ○ 西村直志
 青木建設 辻 浩樹
 京都大学工学部 小林昭一

1 序

動弾性クラック決定問題は、超音波を用いて部材中のクラックを検出する非破壊評価法の数学的モデルである。従来、時間域積分方程式法を用いた動弾性クラック決定問題は、超特異積分方程式の解法として変分法を用いて解かれてきた [1]。この手法は形状関数の取り方の任意性が高いが、計算時間がかかり、これまでの解析ではクラック形状は円までしか扱えなかった。そこで本報では任意形状クラックを扱う手法として、既に波動方程式の場合に使用した選点法による解析 [2] を動弾性問題に拡張する。

2 定式化

今、無限の広がりを持つ三次元動弾性体内に単一の平面クラック S が存在していることがわかっているとす。さらに、部材接合部の界面クラックを想定し、クラックの存在する平面が既知であるとする。しかし、その平面上のクラックの位置及び形状は未知であるとする。それらを決定すべく、波形が既知の弾性波（複数）をクラックに入射し、得られる散乱波を幾つかの方向で時間計測する。考える問題は、こうして得られた実験データと最も良く適合するクラックを決定するものである。

与えられた逆問題を解くために、まず順問題を解く手法を用意する。即ち、 S が既知の場合を考える。クラックの上での境界条件が表面力 0 の場合、考える初期値境界値問題は次の積分方程式を解くことと同等である。

$$0 = t_{Ia} + \iint_{S_y} n_b n_k C_{ablm} C_{jkn p} \frac{\partial}{\partial x_l} \frac{\partial}{\partial y_n} \Gamma_{mp} \varphi_j$$

ここに、 Γ 、 C 、 φ 、 t_I 、 n は、それぞれ、動弾性学の基本解、弾性定数、開口変位、入射波の表面力、 S 上の単位法線ベクトルである。この超特異積分方程式を離散化して数値的に解くことによって開口変位を得ることができる。本報では形状関数として空間的に一定、時間方向に線形のものを用いる。平面クラックの場合、必要な積分は全て解析的に求めることが出来る。クラックから観測点が十分遠方にあるとき、最初に到達する散乱 P 波 u_{SP} にはいわゆる遠方場近似を用いることが出来、

$$u_{SP} \sim \frac{\text{const.}}{|\mathbf{x}|} F(\hat{\mathbf{x}}, t), \quad F(\hat{\mathbf{x}}, t) = \int_{S_y} (\lambda \delta_{3j} + 2\mu \hat{x}_3 \hat{x}_j) \dot{\varphi}_j(\mathbf{y}, T + \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}/c_L)$$

が導かれる。ここに、 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ 、 $T = t - |\mathbf{x}|/c_L$ であり、 c_L は P 波の波速である。

次に逆問題を考える。今、未知クラック S に既知の波形を有する N 個の弾性波 u_j^N を入射し、 M 個の観測方向 $\hat{\mathbf{x}}^m$ で時刻 T^k に遠方場を測定し、得られたデータを $F_0^n(\hat{\mathbf{x}}^m, T^k)$ とする。次に適当に仮定したクラック S から計算によって求めた遠方場を $F^n(\hat{\mathbf{x}}^m, T^k; S)$ とおく。これらを用いてコスト関数 $J(S)$ を $J(S) = \frac{1}{2} \sum_{n,m,k} (F^n(\hat{\mathbf{x}}^m, T^k; S) - F_0^n(\hat{\mathbf{x}}^m, T^k))^2$ と定義する。求めるクラックは $J(S)$ を最小にするものとして決定される。数値解析を行なう際には、クラックの幾何情報を表す有限個の形状パラメータを導入し、 S を離散化する。すると、 J は形状パラメータの関数となり、非線形計画法によって最小化することが出来る。ここでは非線形計画法として準 Newton 法を用いるが、そのた

めに必要となるコストの形状パラメータによる微分は全て解析的に求めた。なお、本報で使⽤した形状パラメータはクラックの縁を極座標表⽰して

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = r(\theta) \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}, \quad r(\theta) = \sum_{n=2}^{\infty} \{ \xi_3 + (\xi_{2n} \cos n\theta + \xi_{2n+1} \sin n\theta) \}$$

と書いたときの係数 ξ_i ($i = 1, \dots, 5$) である。

3 数値解析

入射する弾性波として、 $u_I = N(1 - \cos(c_L t - N \cdot \hat{x}))$ ($0 \leq c_L t - N \cdot \hat{x} \leq 2\pi$ のとき) それ以外は 0 と書けるような平面 P 波を 3 波用いた。ここに N は波の進⽣方向である。また、観測方向として、 $(\pm 1/\sqrt{3}, \pm 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$ 、 $(\pm 1/\sqrt{2}, 0, 1/\sqrt{2})$ 、 $(0, \pm 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ の 8 方向を用いた。ポアソン比は $1/4$ とした。図 1 には図中の初期仮定から正解位置への数値解の収束状況を⽰した。なお、遠方場の観測値としては、予め正解クラックを用いて数値解析によって求めた結果を用いた。

4 結論

時間域積分方程式法を用いた 3 次元任意クラック決定問題の解法を提案し、数値結果を⽰した。今後の課題として計算効率の向上に取り組んで行く予定である。

参考文献

- [1] N. Nishimura, Modelling, Computation and Analysis in Fracture Mechanics, Kinokuniya, 1994.
- [2] N. Nishimura & S. Kobayashi, Proc. WCCMIII, 1-810, 1994.

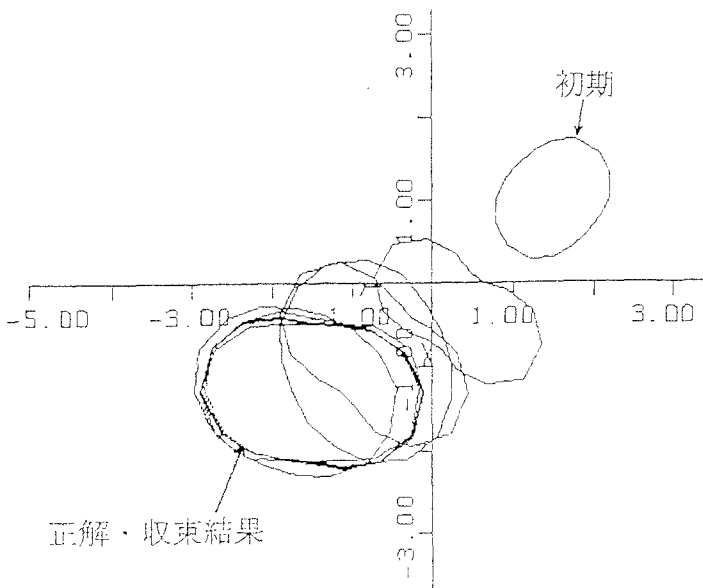


図 1 収束状況