

1. まえがき 箱形やH形断面の部材を構成する薄板の局部座屈は部材の全体座屈に多大な影響を及ぼす。局部座屈が生じる時、部材を構成する薄板の変形挙動は互いに連成するため、局部連成強度を適切に評価する必要がある。ここでは、圧縮と曲げが同時に作用する鋼箱形短柱の弾塑性有限変位解析を差分法で行い、その終局強度特性を明らかにする。

2. 基礎式 Fig.1に示す幅 b_f 、厚さ t_f のフランジと幅 b_w 、厚さ t_w の腹板からなる長さ a の鋼箱形短柱に圧縮と曲げが同時に作用する場合のフランジと腹板の局部連成挙動を明らかにする。解析上、つぎの仮定を設ける。すなわち、1)

Kirchhoff-Loveの仮定。2) 部材は完全弾塑性体で、ひずみ硬化しない。3) 降伏はvon Misesの等価応力に従う。

(1) つり合い式：弾塑性域におけるフランジと腹板の面内および面外方向の力のつり合い式はそれぞれ

$$N_{x',x} + N_{x',z} - (N_{x'',x} + N_{x'',z}) = 0, \quad N_{x',x} + N_{x',z} - (N_{x'',x} + N_{x'',z}) = 0, \\ M_{x',x} + 2M_{x',z} + M_{x'',x} + N_{x',y} + 2N_{x',z} + N_{x'',y} - (M_{x'',x} + 2M_{x'',z} + M_{x'',y} + N_{x'',y} + 2N_{x'',z} + N_{x'',y}) = 0 \quad (1)$$

$$N_{y',x} + N_{y',z} - (N_{y'',x} + N_{y'',z}) = 0, \quad N_{y',x} + N_{y',z} - (N_{y'',x} + N_{y'',z}) = 0, \\ M_{y',x} + 2M_{y',z} + M_{y'',x} + N_{y',y} + 2N_{y',z} + N_{y'',y} - (M_{y'',x} + 2M_{y'',z} + M_{y'',y} + N_{y'',y} + 2N_{y'',z} + N_{y'',y}) = 0 \quad (2)$$

のように得られる。ここに $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ はそれぞれフランジと腹板の初期たわみ v_0 、 w_0 と荷重によるたわみ v 、 w の和いわゆる全たわみである。 N_x はフランジと腹板の x 方向膜力、 N_z 、 N_y はフランジの z および腹板の y 方向の膜力、 $N_{x''}$ 、 $N_{y''}$ はそれぞれフランジと腹板の膜せん断力、 M_x はフランジと腹板の x 方向曲げモーメント、 M_z 、 M_y はそれぞれフランジの z および腹板の y 方向の曲げモーメント、 $M_{x''}$ 、 $M_{y''}$ はそれぞれフランジと腹板のねじりモーメントである。上添字 e と p はそれぞれ弾塑性域にあるフランジと腹板を全断面弾性と仮定して得られる断面力と、弾塑性状態の真の断面力を求めるための仮想断面力である。仮想断面力は、弾性応力で計算される von Mises の等価応力が降伏点応力を越える場合、その超過量を板厚方向に数値積分して求められる。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件：両端が単純支持された箱形短柱のフランジと腹板の境界条件はそれぞれ

$$\text{フランジ: } u = -u_0 \mp (b_w/2)\phi, \quad N_{x'} - N_{x''} = 0, \quad \bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} = -v_{(w)}, \quad \bar{v}_{(f),x} - v_{0(f),x} = 0 \quad (3)$$

$$\text{腹板: } u = -u_0 + \phi y, \quad N_{y'} - N_{y''} = 0, \quad \bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} = w_{(f,u)}(b_w/2 - y)/b_w + w_{(f,l)}(b_w/2 + y)/b_w, \quad \bar{w}_{(w),x} - w_{0(w),x} = 0 \quad (4)$$

で与えられる。ここに、 u_0 は圧縮力と等価な作用の強制変位、 ϕ は曲げモーメントと等価な作用の断面回転角である。また、下添字 (f) 、 (w) はそれぞれフランジと腹板を、 (f,u) 、 (f,l) はそれぞれ上フランジと下フランジを表す。なお、複号のうち、上段が上フランジ、下段が下フランジに適用される。

圧縮力 N と曲げモーメント M の組合せの比率が一定に保たれるように解析するので、式(3)と(4)の第1式のほかに荷重の組合せの条件が付加される。すなわち、圧縮の作用が卓越する場合には、

$$u - \phi y = -u_0, \quad \Psi_N \int \sigma_x dA / N_p - \Psi_M \int \sigma_z y dA / M_p = 0 \quad (0 \leq \Psi_N \leq 1, \Psi_M = 1) \quad (5)$$

曲げの作用が卓越する場合には、

$$u + u_0 = \phi y, \quad \Psi_N \int \sigma_x dA / N_p - \Psi_M \int \sigma_z y dA / M_p = 0 \quad (\Psi_N = 1, 0 \leq \Psi_M \leq 1) \quad (6)$$

である。ここに σ_x は x 方向膜応力、 N_p 、 M_p はそれぞれ全塑性の軸力とモーメントである。

(3) 連続条件：フランジと腹板の接合部で変位およびたわみ角が連続することから

$$u_{(f)} = u_{(w)}, \quad \bar{v}_{(f)} - v_{0(f)} = -v_{(w)}, \quad w_{(f)} = \bar{w}_{(w)} - w_{0(w)}, \quad \bar{v}_{(f),z} - v_{0(f),z} = \bar{w}_{(w),y} - w_{0(w),y} \quad (7)$$

が得られる。また、フランジと腹板の接合部において、フランジと腹板の膜せん断力 N_x , N_y のつり合い、フランジの反力 $\bar{Q}_x$ と腹板の y 方向膜力 N_y のつり合い、フランジの z 方向膜力 N_z と腹板の反力 $\bar{Q}_y$ のつり合い、 x 軸まわりのモーメント M_x , M_y のつり合いを考えれば、

$$\begin{aligned} N_{x(f)}^e - N_{x(f)}^p &= \pm(N_{xy(w)}^e - N_{xy(w)}^p), & M_{z(f),z}^e + 2M_{z(f),z}^p - (M_{z(f),z}^p + 2M_{z(f),z}^p) &= \mp(N_{y(w)}^e - N_{y(w)}^p), \\ N_{z(f)}^e - N_{z(f)}^p &= \pm\{M_{y(w),y}^e + 2M_{xy(w),z}^p - (M_{y(w),y}^p + 2M_{xy(w),z}^p)\}, & M_{z(f)}^e - M_{z(f)}^p &= \pm(M_{y(w)}^e - M_{y(w)}^p) \end{aligned} \quad (8)$$

を得る。ただし複号のうち、上段は上フランジと腹板の、下段は下フランジと腹板の接合部に適用される。

3. 数値解析法 つり合い式(1), (2)と境界・連続条件式(3)-(8)に断面力と変位の関係を代入し変位表示する。これらは複雑な連立の非線形偏微分方程式であるので、厳密解を得ることは極めて難しい。そこで、差分法を適用し、多元連立非線形代数方程式に変換後、それらを増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解くことにする。なお、数値解析の結果が広範な箱形短柱に適用できるように、諸式を無次元化した。

4. 解析結果 広範なパラメトリック解析を行う前に、差分分割数、板厚方向の層数と解の関係を調べ、フランジと腹板を部材軸および部材軸直角方向にそれぞれ14分割、板厚方向に10分割で精度のよい解を得た。ただし、正方形断面 $b_w/b_f=1$ で、縦横比が $a/b_w=1$ の短柱を解析した。また、フランジと腹板の初期たわみは部材軸および部材軸直角方向にともに正弦半波とし、残留応力は台形分布とした。なお、降伏点応力 $\sigma_p=235\text{MN/m}^2$ 、ヤング率 $E=206\text{GN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。

(1) 純圧縮を受ける場合 初期不整を実測値のほぼ平均 [初期たわみ $v_0=b_f/300$, $w_0=b_w/300$, 圧縮残留応力 $\sigma_{rc}=-0.1\sigma_p$] と下限値強度を与えると思われる値 [初期たわみ $v_0=b_f/150$, $w_0=b_w/150$, 圧縮残留応力 $\sigma_{rc}=-0.1\sigma_p$] とした場合、圧縮柱の終局強度曲線は Fig.2 のようになる。図中、小松ら¹⁾、久保ら²⁾、西村ら³⁾の終局強度曲線および実験値も示す。平均値相当の強度を与える太い実線の本曲線は実験値のほぼ平均にあたる。また、下限値相当の強度を与える太い破線の本曲線は小松らの単一板の終局強度曲線より若干高めになる。

(2) 純曲げを受ける場合 純曲げを受ける箱形短柱の終局強度曲線は Fig.3 で与えられる。ただし、初期不整は純圧縮の場合と同じにした。図中、中井ら⁴⁾、久保ら⁵⁾、北田ら⁶⁾の終局強度曲線も示す。図から明らかなように、本解は妥当な強度曲線を与えているように思われる。

(3) 組合せ荷重を受ける場合 幅厚比を変化させた場合の終局強度相関曲線は Fig.4 のようである。図中、線形強度相関式も示す。線形強度相関式は終局強度相関を表すのに簡便で、妥当なようである。

参考文献 1) 小松・北田：土木学会論文集，第270号，2) 久保・小川：構造工学論文集，Vol.37A，3) 西村・小松・西出・西村：構造工学論文集，Vol.33A，4) 中井・村山・北田・高田：構造工学論文集，Vol.36A，5) 久保・小川：構造工学論文集，Vol.37A，6) 北田・中井・國廣・岸田：構造工学論文集，Vol.37A

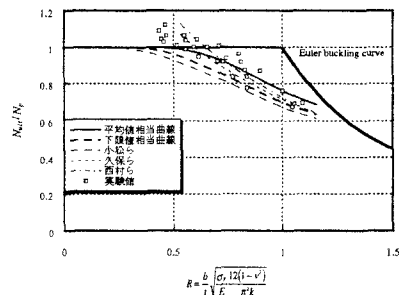


Fig.2 純圧縮を受ける箱形短柱に関する本解と既往の研究との比較

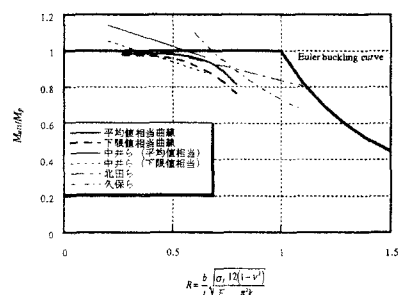


Fig.3 純曲げを受ける箱形短柱に関する本解と既往の研究との比較

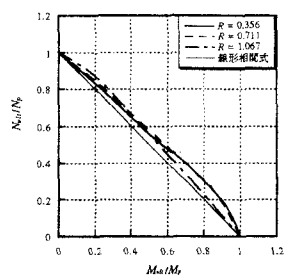


Fig.4 終局強度相関曲線