

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

関西大学工学部 正会員 三上市藏

関西大学大学院 学生員○藤井伸彦

1. まえがき 薄肉断面部材の終局強度は、部材の全体座屈とそれを構成する板パネルの局部座屈に左右される。また、柱が全体座屈する場合には局部座屈と連成することもあり、場合によっては全体座屈強度の低下を促進させる。このように、局部座屈が全体強度に多大な影響を与えるため、局部座屈を適切に評価し、部材の強度算定がなされねばならない。そこで、圧縮と曲げが同時に作用する鋼H形断面部材の幾何学的・材料的非線形挙動を差分法によって明らかにし、その終局強度特性を検討する。

2. 理論式 図-1のような長さ $a$ で、フランジの自由突出幅 $b_f$ 、厚さ $t_f$ 、腹板の幅 $b_w$ 、厚さ $t_w$ のH形短柱の局部連成挙動を明らかにする。解析上、つぎの仮定を設ける。すなわち、1) Kirchhoff-Loveの仮定、2) フランジと腹板はともに完全弾塑性体からなり、ひずみ硬化は生じない。3) 降伏判定は von Mises の等価応力で行い、降伏後の応力-ひずみの関係にZieglerの移動硬化則が準用できるものとする。

(1) つり合い式：弾塑性状態におけるフランジと腹板の $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向の力のつり合い式をLin, Massonnetの弾塑性理論に従って誘導すれば、

$$\begin{aligned} N_{x(f)}'_{,x} + N_{x(f)}'_{,z} - (N_{x(f)}^p)_{,x} + N_{x(f)}^p_{,z} = 0, \quad N_{x(f)}'_{,x} + N_{z(f)}'_{,x} - (N_{x(f)}^p)_{,x} + N_{z(f)}^p_{,x} = 0 \\ M_{x(f)}'_{,xx} + 2M_{x(f)}'_{,xz} + M_{z(f)}'_{,xz} + N_{x(f)}' \bar{v}_{,xx} + 2N_{x(f)}' \bar{v}_{,xz} + N_{z(f)}' \bar{v}_{,xz} = 0 \\ - (M_{x(f)}^p)_{,xx} + 2M_{x(f)}^p_{,xz} + M_{z(f)}^p_{,xz} + N_{x(f)}^p \bar{v}_{,xx} + 2N_{x(f)}^p \bar{v}_{,xz} + N_{z(f)}^p \bar{v}_{,xz} = 0 \end{aligned} \quad (1)_{1,3}$$

$$\begin{aligned} N_{x(w)}'_{,x} + N_{xy(w)}'_{,y} - (N_{x(w)}^p)_{,x} + N_{xy(w)}^p_{,y} = 0, \quad N_{xy(w)}'_{,x} + N_{y(w)}'_{,y} - (N_{xy(w)}^p)_{,x} + N_{y(w)}^p_{,y} = 0 \\ M_{x(w)}'_{,xx} + 2M_{xy(w)}'_{,xy} + M_{y(w)}'_{,yy} + N_{x(w)}' \bar{w}_{,xx} + 2N_{xy(w)}' \bar{w}_{,xy} + N_{y(w)}' \bar{w}_{,yy} \\ - (M_{x(w)}^p)_{,xx} + 2M_{xy(w)}^p_{,xy} + M_{y(w)}^p_{,yy} + N_{x(w)}^p \bar{w}_{,xx} + 2N_{xy(w)}^p \bar{w}_{,xy} + N_{y(w)}^p \bar{w}_{,yy} = 0 \end{aligned} \quad (2)_{1,3}$$

を得る。ここに $\bar{v}$ 、 $\bar{w}$ はそれぞれフランジと腹板の全たわみで、初期たわみ $v_0$ 、 $w_0$ と荷重によるたわみ $v$ 、 $w$ の和である。 $N_x$ はフランジと腹板の $x$ 方向膜力、 $N_z$ 、 $N_y$ はそれぞれフランジと腹板の $z$ および $y$ 方向の膜力、 $N_x$ 、 $N_y$ はフランジと腹板の膜せん断力である。 $M_x$ はフランジと腹板の $x$ 方向曲げモーメント、 $M_z$ 、 $M_y$ はそれぞれフランジと腹板の $y$ および $z$ 方向の曲げモーメント、 $M_{xy}$ はそれぞれフランジと腹板のねじりモーメントである。上添字 $e$ と $p$ はそれぞれ弾塑性域にあるフランジと腹板を全断面弹性のままに仮定して求められる断面力と、弹性断面力を修正し真の断面力を得るための仮想断面力を表す。仮想断面力は、弹性応力で計算されるvon Misesの等価応力が降伏点応力を超える場合、その超過量を板厚方向に数値積分して求められる。下添字の $(f)$ 、 $(w)$ はそれぞれフランジと腹板を表す。なお、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2)境界条件式：部材の両端に圧縮と曲げの組合せ応力を作用させてもよいが、ここではそれに等価な強制変位を

$$\text{フランジ} : u_{(f)} = -u_0 + 0.5b_w\phi_{z(w)} + \phi_{y(f)}z, \quad N_x' - N_x^p = 0, \quad \bar{v} - v_0 = -v_{(z=±a/2,y=±bw/2)}, \quad \bar{v}_{,xx} - v_{0,xx} = 0 \quad (3)_{1,4}$$

$$\text{腹板} : u_{(w)} = -u_0 + \phi_{z(w)}y, \quad N_y' - N_{xy}^p = 0, \quad \bar{w} - w_0 = 0, \quad \bar{w}_{,xx} - w_{0,xx} = 0 \quad (4)_{1,4}$$

で与えられる。ここに、 $u_0$ は圧縮力に対応する端部でのH形断面の図心での一様な強制変位、 $\phi_{z(w)}$ は曲げモーメントに対応する端部での断面回転角、 $\phi_{y(f)}$ はフランジの端部がそり拘束なしに回転可能なためのフランジの面内回転角である。また、フランジは自由突出端( $z = ±b_f$ )で応力自由の状態にあるものとすれば、

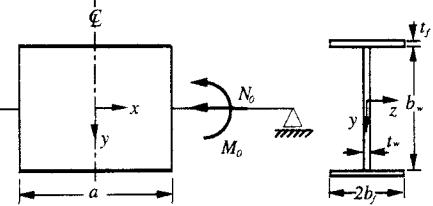


図-1 組合せ荷重を受ける鋼H形短柱

$$N_{z(f)}^e - N_{z(f)}^p = 0, \quad N_{x(f)}^e - N_{x(f)}^p = 0, \quad M_{z(f)}^e - M_{z(f)}^p = 0, \quad M_{z(f)}^e + 2M_{x(f)}^e - (M_{z(f)}^p + 2M_{x(f)}^p) = 0 \quad (5)_{1-4}$$

(3)組合せ条件式：広範な組合せ荷重に対応し、組合せ荷重比の条件と、載荷辺でフランジがそり拘束されないための条件を

$$\psi_N \int \sigma_x dA / N_p - \psi_M \int \sigma_y dA / M_p = 0, \quad \int_{-b_f}^{b_f} \sigma_{z(f)} z dA = 0 \quad (6)_{1-2}$$

のように与える。ここに $\psi_N$ 、 $\psi_M$ は圧縮力と曲げモーメントの割合を示すパラメータ、 $N_p$ は全塑性軸力、 $M_p$ は全塑性モーメントである。

(4)連続条件式：フランジと腹板の接合部において、フランジと腹板は変位と回転角が連続するので、

$$u_{(w)} = u_{(f)}, \quad v_{(w)} = -(\bar{v}_{(f)} - v_{0(f)}), \quad \bar{w}_{(w)} - w_{0(w)} = w_{(f)}, \quad \bar{w}_{(w),y} - w_{0(w),y} = \bar{v}_{(f),z} - v_{0(f),z} \quad (7)_{1-4}$$

の条件が得られる。また、腹板のy方向膜力 $N_{y(w)}$ 、膜せん断力 $N_{xy(w)}$ 、z方向反力 $\bar{Q}_{(w)}$ およびx軸まわりの曲げモーメント $M_{y(w)}$ がフランジに作用する荷重であるとすれば、接合部ではフランジのx、z、y方向の力のつり合い式(1)1-3は、つぎのように修正される。

$$\begin{aligned} N_{z(f)}^e + N_{x(f)}^e - N_{xy(w)}^e / h_{z(f)} - (N_{x(f)}^p + N_{x(f)}^e - N_{xy(w)}^p / h_{z(f)}) &= 0, \\ N_{x(f)}^e + N_{z(f)}^e - (M_{y(w)}^e + 2M_{xy(w)}^e) / h_{z(f)} - \{N_{x(f)}^p + N_{z(f)}^p - (M_{y(w)}^p + 2M_{xy(w)}^p) / h_{z(f)}\} &= 0, \\ M_{x(f)}^e + 2M_{x(f)}^e + M_{z(f)}^e + N_{x(f)}^e \bar{v}_{,w} + 2N_{x(f)}^e \bar{v}_{,xz} + N_{z(f)}^e \bar{v}_{,xz} + (N_{y(w)}^e / h_{z(f)}) \pm \{M_{y(w)}^e / (h_{z(f)})^2\} / 2 &= 0 \\ -[M_{x(f)}^p + 2M_{x(f)}^e + M_{z(f)}^p + N_{x(f)}^p \bar{v}_{,w} + 2N_{x(f)}^p \bar{v}_{,xz} + N_{z(f)}^p \bar{v}_{,xz} + (N_{y(w)}^p / h_{z(f)}) \pm \{M_{y(w)}^p / (h_{z(f)})^2\} / 2] &= 0 \end{aligned} \quad (8)_{1-3}$$

3. 数値解析法 つり合い式、境界条件式、組合せ荷重の条件式および連続条件式に差分法を適用し、多元連立の非線形代数方程式に変換する。これを増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で解き、非線形解を求めることがある。なお、数値結果が広範なH形短柱に適用できるように諸式を無次元化した。

4. 数値計算結果と考察 広範なパラメトリック解析の前に、差分分割数や板厚方向の層数と解の関係を調べた結果、フランジと腹板をそれぞれ部材軸と部材軸直角方向に14分割、板厚方向に8分割すればよいことがわかった。ただし、初期たわみの最大値を現行道路示方書の制限値 $w_{max}=b_w/250$ 、 $v_{max}=b/100$ 、圧縮残留応力を $-0.3\sigma$ とした。なお、解析に用いる鋼種はSS400材とし、降伏点応力 $\sigma=2400\text{kgf/cm}^2$ 、弾性係数 $E=2.1\times 10^5\text{kgf/cm}^2$ 、ボアソン比 $\nu=0.3$ とした。

(1) 圧縮を受ける短柱：腹板の縦横比 $a/b_w=1$ 、断面形状比 $b_w/b_z=2.5 \sim 3.5$ 、フランジと腹板の幅厚比がそれぞれ $\beta=10 \sim 22$ 、 $\beta_w=35 \sim 60$ のH形短柱に対し、終局強度と等価幅厚比パラメータの関係を描けば、図-2が得られる。ここに、 $N_p$ は短柱の最大強度、 $N_p$ は全塑性軸力である。図中、西村・吉田<sup>1)</sup>、山尾・坪浦・崎元<sup>2)</sup>、久保・小川<sup>3)</sup>の終局強度曲線も示す。ただし、○印の本解を久保・小川が提案した等価幅厚比パラメータで整理した。図から明らかのように、等価幅厚比パラメータとともに終局強度は低下する。本解は久保・小川の強度算定式とかなりよい相関にある。一方、西村・吉田および山尾・崎元の解析解や実験結果と本解には若干の相違がある。これは、等価幅厚比パラメータの定義によるものである。すなわち、西村・吉田、山尾・坪浦・崎元は等価幅厚比パラメータに含まれる弾性座屈係数に隣接する板パネルの拘束の影響を考慮した場合の板パネルの単独座屈の値を用いている。それに対し、久保・小川の等価幅厚比パラメータの弾性座屈係数はその接合辺が単純支持された板パネルの値を用い、フランジでは $k=0.425$ 、腹板では $k_w=4.0$ とした。なお、純曲げ、圧縮と曲げの組合せ荷重を受ける短柱の終局強度については講演会当日述べる。

参考文献 1)西村・吉田：土木学会論文集、No.398、pp.311-318、1988-10. 2)山尾・坪浦・崎元：構造工学論文集、Vol.36A、pp.71-78、1990-3. 3)久保・小川：構造工学論文集、Vol.37A、pp.83-91、1991-3.

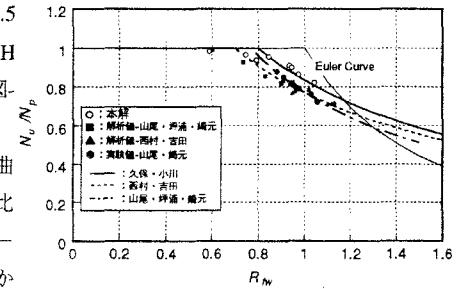


図-2 圧縮力を受けるH形短柱の耐荷力曲線