

京都大学大学院 学生員 ○榊原 弘之
三菱総合研究所 正会員 谷本 圭志

京都大学防災研究所 正会員 岡田 憲夫

1. 研究の目的 多目的な水資源開発プロジェクトにおいては共同事業費用を主体（目的）間でどのように合理的に配分するかという「費用配分問題」が生じる。水資源開発事業における新たな課題を踏まえて費用配分問題を考えるとき、これまであまり理論的検討がなされてこなかった、主体の事業に対する優先性を費用配分に適切に反映させることが必要になってくる。本研究では、多目的な水資源開発プロジェクトにおいて、ゲーム理論に基づいた優先性を考慮した費用配分法の開発を目指し、理論的な検討を行う。

2. シャプレイ値の概念の拡張による優先性を考慮した費用配分法 参加順序の各過程にその生起確率を与えることによって重みづけしたシャプレイ値¹⁾（加重シャプレイ値²⁾）が提案されており、それは次式で与えられる。

$$x_i = \sum_{i \in S, S \subset N} p(S, S - \{i\}) MC(S, S - \{i\}) \quad (1)$$

ただし、任意の提携 $S, T (S \cap T = \phi)$ に対して、限界費用 (Marginal cost) $MC(S \cup T, T)$ は提携 $S \cup T$ から提携 S が離脱する場合に節減される費用を示し、 $p(S \cup T, T)$ は提携 T の参加に続いて提携 S が参加する確率である。全提携形成へと至る過程において各主体が提携に参加する順序を優先性を表す指標（優先度）であると解釈すれば、加重シャプレイ値は優先性を組み込んだ費用配分法であるといえよう。しかし、信頼性の高い確率情報が得られていない場合には、確率の決定に恣意性が混入する可能性がある。また加重シャプレイ値において想定されている全提携形成の過程には、主体が一人ずつ参加する過程は考慮されているが、提携を単位として参加する過程が想定されていない。

3. 仁の概念の拡張による優先性を考慮した費用配分法

(1) 順序仁 仁^{3), 4)}では配分が $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ の場合における任意の提携 S の「不満」 $e(X; S)$ を考え、任意の提携に対する最大の「不満」を最小化することによって解が得られる。

シャプレイ値において費用配分の前提となった「全提携形成過程の参加順序」の概念を導入して、仁の「不満」概念を拡張したものが岡田ら⁵⁾によって開発された順序仁である。順序仁においては、不満の基準値を $C(S)$ から限界費用 $MC(S \cup T, T)$ に変更している。このように不満の定義を変更したうえで任意の提携に対する最大の不満を最小化したものが順序仁であり、以下のように定式化される。

$$e'(X; S, T) = \sum_{i \in S} x_i - MC(S \cup T, T) \quad (2)$$

$$(\forall S \subset N, S \cap T = \phi, T \subset N)$$

$$\max_{S, T \subset N} e'(X; S, T) \rightarrow \min$$

提携 S に関する最大の不満は提携 S の最小の限界費用に対して生じることから、上に示した制約条件のうち有効な制約条件は、提携 S の最小の限界費用に関する式である。

順序仁は実行可能な提携群を優先性に関する情報として取り入れているものの、加重シャプレイ値と異なり確率情報が反映されていないため、順序仁は、優先度の差が小さく顕著でない場合は、適用に限界があると考えられる。

(2)期待順序仁 加重シャプレイ値のように確率情報を取り入れることが可能で、かつ順序仁のようにあらゆる提携の参加単位を認めた費用配分法として、期待順序仁を提案する。期待順序仁においては「不満」の期待値を最小化し、次式で定義する。

$$E[e'(X:S)] = \sum_{T \subseteq F} p(S \cup T, T) e'(X:S, T) \quad (3)$$

$$\max_{S \subseteq N} E[e'(X:S)] \rightarrow \min$$

期待順序仁は加重シャプレイ値と順序仁のそれぞれの欠点を補完し、利点を生かしたハイブリッドな配分概念になっている。

4. 優先性を考慮した費用配分法の相互関連性 加重シャプレイ値と期待順序仁は、各主体が単独で参加する過程のみを想定した場合、常に一致することが明らかになった。このことから、結果的に期待順序仁は加重シャプレイ値の拡張であると考えられる。

このように考えるならば、期待順序仁の適用妥当性を左右するポイントは、全提携を形成していく過程で、複数の主体がひとまとまり（集団）で行動し、交渉することが有り得るかどうかであると言える。これを特定の提携の結託性と呼ぶことにする。

5. 事例分析 事例分析として、

都市下水再利用計画における純利益配

分問題⁶⁾を取り上げる。各配分法の適用結果を表1に示す。期待順序仁につ

いては、三つの農場が水質の悪化に対するリスクへの配慮を求めて協調する可能性、すなわち提携{2,3,4}が結託される可能性を認めている。期待順序仁では、加重シャプレイ値に比べ、農場への配分値が大きくなっていることがわかる。このことから、4.で述べたように、提携の結託性の有無が配分値に影響を及ぼしていると考えられる。このように、期待順序仁は加重シャプレイ値や順序仁より緻密な状況設定が可能と考えられる。

表1 単独での純利益と、各配分法による純利益の配分値 (単位1000ドル)

	主体1 (都市)	主体2 (農場A)	主体3 (農場B)	主体4 (農場C)
単独	-368	1940	1285	440
仁	-218.83	2089.17	1298.33	453.33
シャプレイ値	-214.9	2093.1	1294.9	448.9
加重シャプレイ値	-225.5	2082.5	1306.5	458.5
順序仁	-225.5	2082.5	1323	442
期待順序仁	-273	2116.1	1313.4	465.4

(配分値は正の値が利益、負の値が費用)

6. 結論 加重シャプレイ値及び期待順序仁の適用にあたっては、各過程に対して具体的にどのような確率値を与えるかが、実用上の大きな課題となる。恣意的な決定を避けるためには、主体の優先度や緊急度の差の程度、及び主体の協力関係を定量的に評価するサブモデルが用意されることが必要であろう。以上の点について、今後の検討課題としたい。

(参考文献) 1) L.S.Shapley: Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol. I, pp.11~26, 1971. 2) Loehman,E., Orlando,J., Tschirhart,J. and Whinston,A.: Cost Allocation for a Regional Wastewater Treatment System, Water Resour.Res., Vol.15, pp.193~202, 1979 3) Schmeidler,D: The Nucleolus of a Characteristic Function Game, SIAM, Journal of Applied Mathematics 17,pp.1163~1170, 1969. 4) Maschler,M.,B.Peleg and L.S.Shapley: Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Concepts,Mathematics of Operations Research. 4,pp.303~338,1979. 5) 岡田憲夫, 谷本圭志: 水資源開発事業における優先支出法のゲーム論的考察, 応用地域科学会発表論文, 1994. 6) Dinar,A., Yaron,D. and Kannai,Y: Sharing Regional Cooperative Gains from Reusing Effluent for Irrigation, Water Resour.Res., Vol.22, pp.339~344, 1986.