

京都大学工学部 正 員 土岐 憲三

京都大学工学部 正 員 田村 武

京都大学大学院 学生員 ○山田 康弘

1. はじめに 粒状体の力学的挙動の数値解析法は、有限要素法を中心とする連続体モデルと個別要素法¹⁾や粒状要素法²⁾に代表される離散モデルに大別される。後者のモデルは、個々の粒子の動きに着目する方法であり、近年、せん断帯の発生メカニズムの解明などに大きな進展を遂げている。しかし、この方法では粒子間の相互作用を支配する材料定数の決定に関して課題が残されている。そこで本研究では、粒子を完全な剛体とし運動はすべりのみによって生じると仮定した場合の粒子の初期速度場と外荷重の大きさを求める手法、すなわち極限解析法を要素2個の場合で試みた。

2. 極限つりあいの解法 以下のような設定条件のもとで、図-1のように要素を配置する。

- 1) 重力は無視する。
- 2) 接点*i*で滑りが生じる場合、接線方向に粘着力 C_i が働く。
- 3) 要素*i*の初期速度場は図-2のように定義する。
- 4) 接点1~4は消滅しない。

ただし、ここでは粘着力 C_i を本来の [力/面積] ではなく、「各接点」に働く力という意味で用いた。

図-1の右側の剛体壁を左方に押す力 P が徐々に増加し、粒子が運動を始める瞬間の速度場および極限荷重 P の値を求める。このとき、各要素に働くすべての力はつりあっていなければならないので、各要素についてつりあい式をたてて解けばよい。ところが、動き方が違えば、粘着力の作用する方向は異なるのでつりあい式は様々であり、要素数が増えると場合分けしてつりあい式を解くことが困難になる。そこでつりあい式を直接解くかわりに、塑性論という上界法³⁾を用いて、極限荷重 P および初期の速度場を求めることにする。すなわち、荷重 P を最小にする問題に置き換えた。

各接点で要素が転がる場合には塑性的なエネルギーは消費されないが、滑りが生じると消費される。ここで、まず荷重の作用する剛体壁の移動速度を $\dot{\delta}$ としたときの各要素の速度を求める。動き始める前の要素*i*の中心座標を (X_i, Y_i) とすると、4) の条件から次の式が成り立つ。

$$(X_j - X_i)(\dot{x}_j - \dot{x}_i) + (Y_j - Y_i)(\dot{y}_j - \dot{y}_i) = 0 \quad (1)$$

式(1)から、各要素の速度は

$$\dot{x}_1 = \dot{y}_1 = 0, \dot{x}_2 = -1, \dot{y}_2 = \sqrt{3} \dot{\delta} \quad (2)$$

となる。式(2)から、接点*k*での相対的な滑りの速度 S_k (時計回りを正) が求まる。そこで、すべての接点での単位時間に消費される塑性的なエネルギーの和と荷重 P のなす仕事率とを等値すれば、 P の上界値が与えられる。これを図-1の場合で具体的に示せば、

$$\begin{aligned} P \cdot \dot{\delta} &= \sum_{k=1}^4 C_k |S_k| \\ &= C_1 |-2\dot{\delta} + r\dot{\theta}_1 + r\dot{\theta}_2| + C_2 |r\dot{\theta}_1| + C_3 |\sqrt{3}\dot{\delta} + r\dot{\theta}_2| + C_4 |r\dot{\theta}_1| \end{aligned} \quad (3)$$

のようになる。ここに C_k は接点 k での粘着力である。外力 P の仕事率が正であるようなすべての速度場に対して、式 (3) より定まる P を最小化すれば正しい極限荷重と速度場が見つかる。一般性を失うことなく $\dot{\delta} = 1$ とできるので、そのようにしたあと線形計画法により P の最小化を行った。

3. 解析結果 ここでは、 $C_1 = 0.5$ 、 $C_2 = C_3 = C_4 = 1.0$ 、すなわち、要素と要素の間の粘着力を 0.5、要素と周囲の壁の間の粘着力を 1.0 とした。まず、要素の動きを (I) 接点 2 と 4 で滑りが生じる (II) 接点 1 で滑りが生じる (III) 接点 3 で滑りが生じる、のように 3 通りに場合分けしてつりあい式を解いたものを、それぞれ図-3 (a)~(c) に示した。図中の矢印は 2) の条件によって働く粘着力である。また、図-4 は初期状態である。(b) の場合、つりあい式をはじめすべての条件を満たす真の崩壊時の要素の動きであると思われる。実際に、式 (3) において P を最小化すると $P = (2 + \sqrt{3})/2$ となり、動きも図-3 (b) に一致した。

4. まとめ 同一の剛体円形要素（要素数 2 個）に対し極限解析を行った。解析では上界定理に線形計画法を適用し、極限荷重 P および速度場を求めた。これは、つりあい式を直接解いて求めたものと一致した。今後、極限荷重 P の評価とともに、要素数の増加、摩擦角や重力の導入、大きさの異なる要素のランダム配置に対する解などを検討しながら、粒状体の微視的性質と巨視的性質の関連を検討したい。

参考文献 1) 岩下和義：個別要素法，粒状体の力学，土質工学会，P283~P286(1993) 2) 岸野佑次：粒状要素法，粒状体の力学，土質工学会，P287~P289(1993) 3) 小林昭一：構造力学-基礎/理論-(下)(1990)

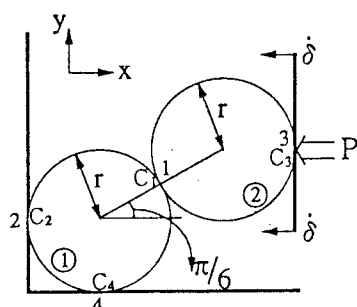


図-1 要素数 2 個のモデル

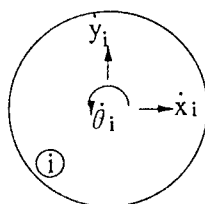


図-2 速度の定義

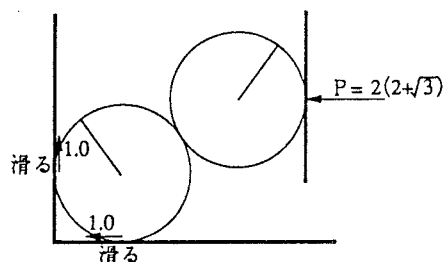


図-3 (a) 要素の動き (I)

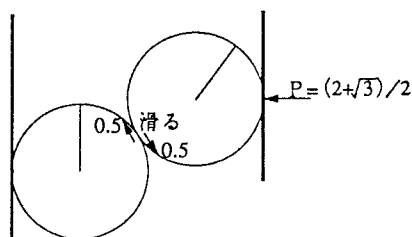


図-3 (b) 要素の動き (II)

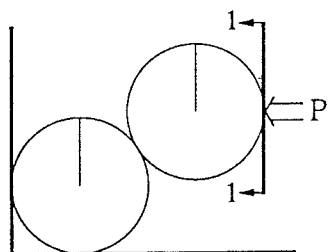


図-4 初期状態

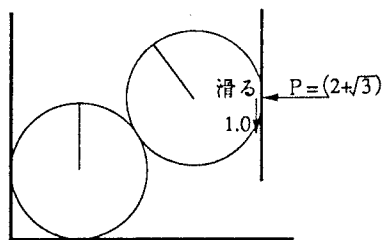


図-3 (c) 要素の動き (III)