

大阪工業大学 正会員 後野正雄
 鴻池組 一瀬公宏
 福田組 村上勇人

まえがき Berkhoff の緩勾配方程式をはじめ、波の変形を求める方程式はすべて海底地形に対して緩勾配の仮定を設けている。しかし、実際の海底にはリーフ地形のように緩勾配とは見なせない海底もある。本研究の目的は、このような“急勾配”地形に対しても波の変形が求められるような連成振動方程式を求め、海底勾配に対する適用範囲を広げようとするものである。

理論 従来の理論において物理量の鉛直方向分布関数は、水底においてその鉛直方向微係数が 0 となるような関数形が用いられている。これは一様水深では海底の境界条件を自然に満たすが斜面上では満たすことはできない。このために緩勾配の仮定が必要となる。本理論では鉛直方向分布関数として自然数次のルジャンドルの多項式を用いる。これらは水底でも鉛直方向微分値が $\neq 0$ であり、ガラーキン法を用いる際に加える水底の境界条件により、任意勾配の水底に対してその境界条件を満たし、任意地形上での波の変形が求められるものと期待できる。自然数次のルジャンドルの多項式 $P_m(\bar{z})$ は区間 $[-1, 1]$ で直交性を持つことから鉛直座標の変換を式 (1) のように定義する。また変動圧力 $\bar{p}$ は式 (2) のように定義できる。

$$\bar{z} = 1 + 2\frac{z}{h} \dots\dots\dots (1)$$

$$\bar{p} = \sum_{m=1}^M q_m(x, y, t) P_{(m-1)}(\bar{z}) \dots\dots\dots (2)$$

緩勾配地形に対する連成振動方程式と同様に急勾配地形に対する連成振動方程式は以下のように求められる。ここでは $M = 5$ の場合の結果だけを示しておく。

$$g\eta = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 q_1 &+ \frac{1}{h} \nabla^2 h (q_1 + 2q_2 + 2q_4) + \frac{2}{h} \nabla h (\nabla q_1 + \nabla q_2 + \nabla q_4) - \frac{2}{h^2} (10q_1 + 9q_2 + 7q_3 + 4q_4) \\ &= \frac{g}{h} \eta \nabla^2 h + \frac{g}{h} \nabla \eta \nabla h - \frac{20g}{h^2} \eta \end{aligned} \dots\dots (4)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 q_2 &- \frac{1}{h} \nabla^2 h (3q_1 + 4q_2 + 6q_4) - \frac{2}{h} \nabla h (3\nabla q_1 + \nabla q_2 + 3\nabla q_4) - \frac{6}{h^2} (10q_1 + 11q_2 + 7q_3 + 6q_4) \\ &- \frac{2}{h^2} |\nabla h|^2 (3q_1 + 5q_2 + 6q_4) = \frac{3g}{h} \eta \nabla^2 h - \frac{3g}{h} \nabla h \nabla \eta - \frac{6g}{h^2} \eta |\nabla h|^2 - \frac{60g\eta}{h^2} \end{aligned} \dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 q_3 &+ \frac{1}{h} \nabla^2 h (5q_1 + 5q_2 + 3q_3 + 10q_4) + \frac{2}{h} \nabla h (5\nabla q_1 + 3\nabla q_3 + 5\nabla q_4) - \frac{10}{h^2} (4q_1 + 3q_2 + 7q_3 - 2q_4) \\ &+ \frac{2}{h^2} |\nabla h|^2 (15q_1 + 20q_2 + 3q_3 + 30q_4) = -\frac{5g}{h} \eta \nabla^2 h + \frac{30g}{h^2} \eta |\nabla h|^2 + \frac{5g}{h} \nabla h \eta - \frac{40g}{h} \eta \end{aligned} \dots\dots (6)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 q_4 &- \frac{1}{h} \nabla^2 h (7q_1 + 7q_2 + 7q_3 + 10q_4) - \frac{2}{h} \nabla h (7\nabla q_1 + 7\nabla q_3 + 3\nabla q_4) \\ &- \frac{1}{h^2} |\nabla h|^2 (84q_1 + 98q_2 + 42q_3 + 156q_4) - \frac{1}{h^2} (140q_1 + 154q_2 + 98q_3 + 224q_4) \\ &= -\frac{7g}{h} \eta \nabla^2 h - \frac{84g}{h^2} \eta |\nabla h|^2 - \frac{7g}{h} \nabla \eta \nabla h - \frac{140g}{h^2} \eta \end{aligned} \dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{1}{h} (20g\eta - 20q_1 - 18q_2 - 14q_3 - 8q_4) \dots\dots\dots (8)$$

以上 5 式が変動圧力 $\bar{p}$ を 5 項で級数展開した任意勾配地形上の不規則波動場の支配方程式である。

計算結果と考察 本理論の適用性を調べるために、一様勾配斜面上に規則波を入射させた場合を考える。水底の法線方向加速度の振幅を水面の鉛直方向加速度の振幅によって無次元化した値を図-1に示す。

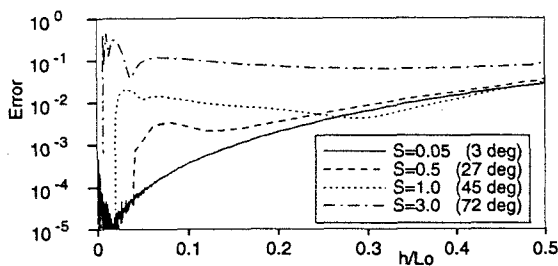


図-1 勾配による法線方向加速度の変化(5項)

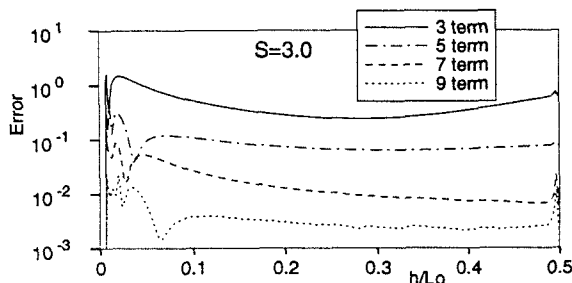


図-2 項数による法線方向加速度の変化

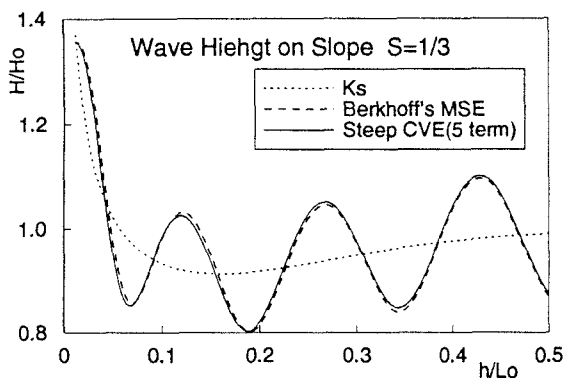


図-3 緩勾配方程式との比較(波高分布)

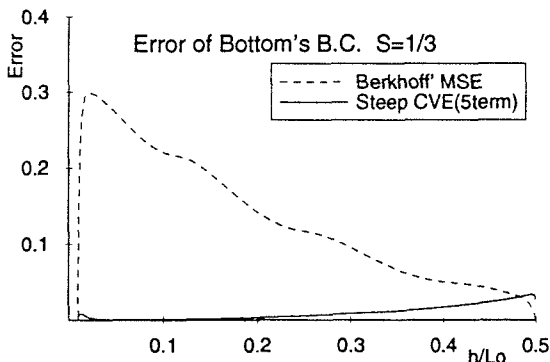


図-4 緩勾配方程式との比較(水底条件)

境界条件が満たされていればこの値は0となる。図のように水底勾配が急になるにつれて、精度が悪化している。必要とされる精度によって適用限界は変化するが、例えば1%の誤差を考えるならば、図-1より適用限界は 45° (図中点線)程度となる。

図-2は変動圧力の展開項数を増やした場合の水底の法線方向加速度を図-1と同様に示したもので、水底勾配 $S(=|\nabla h|)=3.0$ (約 72°)の結果である。これより、級数展開の項数を増やすことにより急勾配であっても水底の境界条件を十分に満たすことが可能であることが分る。ここで示した結果は散乱項の影響を避けるため水深の3倍以上の一樣水深部を一樣勾配斜面の両端に付加した地形に対して計算したものである。このため $\nabla^2 h$ に比例する項は斜面の両端部分にのみ有意な値を持つ。本計算において $\nabla^2 h$ を無視した場合と考慮した場合の結果を比較するとほとんど差はなかった。自然の海底地形においても $\nabla^2 h$ の値は大きくないものと考えられ、 $\nabla^2 h$ に比例する項を無視して計算する方法も考えられる。ここでは $\nabla^2 h$ を考慮した計算結果を示す。

次に、Berkhoffの緩勾配方程式との比較を行う。緩勾配方程式の適用限界といわれる $\nabla h=1/3$ における波高分布を本計算結果と比べたものが図-3であり、波高分布は良く一致している。この場合の緩勾配方程式と本理論における水底の法線方向の速度及び加速度を無次元化したものを比べてみると、図-4に示すように水底での境界条件は本理論の方が優れた精度で満たしている。更に勾配を上げると、緩勾配方程式の水底の境界条件は更に悪化するが、本理論においては図-1, 2に示すように依然高い精度を示している。その場合の両者の波高分布を比較すると明らかな差異が現れる。このことより、Berkhoffの緩勾配方程式の波高分布に対する適用限界(水底勾配 $1/3$ 程度)を再確認できた。しかし、急勾配地形に対する本理論の波高分布に対する適性は実験結果との比較により確認する必要がある。

参考文献 後野(1993); 緩勾配地形上の不規則波動場の支配方程式とその特性, 第40回海工論文集, pp.21-25 Berkhoff(1972); Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th ICCE, pp.471-490