

立命館大学大学院 学正員○松田 浩一
立命館大学理工学部 正会員 大同 淳之
立命館大学理工学部 笹本 忠嗣

1. はじめに 混合粒径の粒砂量を算定する過去の研究は、対象とした粒径範囲が狭く、結果として代表粒径が平均粒径で表せる結果になっている。実際河川、とくに急流河川において、そこに発生した流れの摩擦速度を推算すると、河床の最大径の限界掃流力に相当する摩擦速度を少し上回る程度となる場合が多い。このようなケースでは、最大径とそれ以下の粒径とでは砂礫の移動形態が異なる。幅広い範囲の粒径を対象にした混合粒径の流砂量は、離脱確率と移動距離に流れの規模と粒径の相対的な大きさの違いを導入する必要がある。本文はこのうち離脱確率について述べる。

2. 離脱確率の推定

(1) 砂礫の河床からの離脱過程

河床からの離脱過程は、摩擦速度が限界掃流力をやや上回る状態まで考えることから回転によるモデルで考える。現象に関係する量は、流体力、粒径、及び摩擦角である。河床の凹凸の度合い、河床粒径に対して、移動する粒径比による離脱の難易を砂礫のおかれた場所から離脱するまでに必要な回転する距離 $S (= r\phi)$ で表し、結果的には ϕ によって河床面の離脱の難易を表現する。

図-1のモデルで砂礫離脱過程を運動方程式で表した。

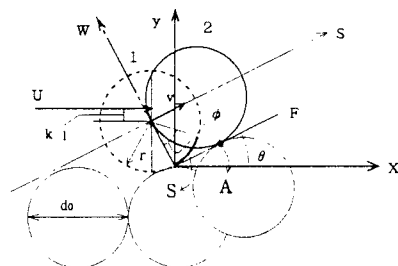


図-1 砂礫の転動モデル

$$M \frac{d^2 S}{dt^2} = C_D \frac{\rho}{2} \pi r^2 (U - V \cos \theta)^2 \cos \theta - (M - M') g \sin \theta - F + C_L \frac{\rho}{2} \pi r^2 (U - V \cos \theta)^2 \sin \theta \quad (1)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = C_D \frac{\rho}{2} \pi r^2 (U - V \cos \theta)^2 \cdot k_1 + r F \quad (2)$$

ここで、 C_D は抗力係数、 C_L は揚力係数、 D_0 は河床の平均粒径、 r は粒径の半径、 V は S 方向の砂礫の移動速度、 U は x 方向の流速、 F は接触面の摩擦力、 k_1 は抗力の作用点の中心からの距離で、砂礫の頂部の流速を u_1 、底部の流速を u_2 とすると、 $k_1 = 2r(u_2 - u_1) / 8(u_2 + u_1)$ と表される。流速は図-2から、 $u = \bar{u} \pm u'$ であるから、 $u = \bar{u} \pm \gamma \sin \beta t$ と表すことにする。また、砂礫が転動を開始するときの流速は式(1)の左辺を0とおいて、

$$u_c = \sqrt{\frac{4dgs(\tan \phi - \tan \theta)}{3(C_D + C_L \tan \theta)}} \quad (3)$$

$\bar{u}$ は対数則で表され、流速の作用点 $D/2 + k_1$ の高さでは、

$$\bar{u} = u_* \left(A_r + 5.75 \log \frac{D/2 + k_1}{k_s} \right) \quad (4)$$

で表される。式(3)と式(4)の大きさを比較すると、勾配1/20で

$D/h=0.25$ 以上では常に $u_c > \bar{u}$ である。したがって、流速が

$\bar{u}$ をこえて u_c になったとき砂礫が回転を始める。図-1のA点

を乗り越えるためには、 S だけ回転を続ける必要がある。これに要する時間 t_e を求めるため、砂礫が離脱するためには u_c 以上の流速が t_e 以上継続しなければならないという考えから、動き始めの砂礫の速度は極めて小さいとして、特定の変動速度を対象に、砂礫に作用する流速を

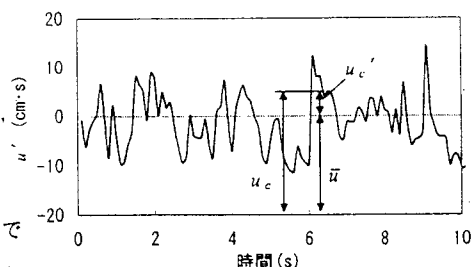


図-2 流速と時間の関係

$$U - V \cos \theta = \bar{u} + \gamma \sin \beta t \quad (5)$$

とおく。 γ は最大変動速度である。式(1)、式(2)および式(5)を用いて、 t_c 、 D 、 ϕ の関係は

$$\phi = \frac{15\rho\gamma D_0 \left[C_D \left(D \cos \frac{\phi_c}{2} + 2k_1 \right) + DC_L \sin \frac{\phi_c}{2} \right]}{\beta^2 (14D^4\gamma - 4D^4\rho)} \left[2\bar{u} \left(\beta t_c - \sin \beta t_c \right) + \frac{\gamma}{3} \left(\beta t_c - \frac{1}{4} \sin^4 \beta t_c \right) \right] \quad (6)$$

となる。ここで、 ϕ は摩擦角で、 ϕ 、 D が与えられたとき、砂礫が離脱するために必要な継続時間 t_c が求められる。

(2) 流速の特性

流れの中の最大乱れ速度の分布を調べるため、粒径 $D=13.1\text{mm}$ と 7.92mm の砂礫を河床に敷き、河床から高さ $D/4$ 、 $D/2$ 、および D の位置で流速を測定した。測定値のスペクトル解析を行った結果、図-3に示すようにスペクトルが $-5/3$ 乗則に従い測定値は妥当と思われる。実験の結果、流速の最大変動速度の分布はレイリー分布で表せられ、偏差が $D/2 + k_1$ の関数になることが示された。そこで、この分布の超過確率は図-4のようになる。この図上に u_c を与えると、 u_c 以上の流速が生じる確率が求められる。

式(6)中の β は変動速度を三角形で近似するとき、比例の関係から、 $\beta_c = \pi / \{ \beta_0 (1 - u_c' / u_{\max}) \}$ で β_0 は実験で定める必要がある。ちなみに $\beta = \pi$ として $d = 2.2\text{cm}$ 、 $\phi = 19^\circ$ について計算した結果では $t_c = 0.252\text{sec}$ となっている。

図-5は流速の測定値の1例で、 u' とその継続時間の関係を表しており、 u_c 、 t_c を例に与えたとき傾斜線で表した部分が単位時間の離脱確率となる。つまり、 ϕ が与えられたとき、単位時間あたりに1個の砂礫が離脱する確率は、

(変動速度が u_c 以上で、継続時間が t_c 以上である確率)

(変動速度が u_c 以上である確率)

(3) 摩擦角 ϕ_c の分布

摩擦角は、河床を構成している砂礫の粒径 d_0 と離脱する砂礫の粒径 d との比、およびその形状係数、砂礫の配列状態の関数である。この摩擦角の分布を調べるため実験を行った。実験条件として、砂礫の配列状態は河床上に水を流して形成し、砂礫の形状係数は1で、球径が違うものを数種類その上にのせ、単位面積内の摩擦角を測定した。図-6は測定結果を対数正規確率紙にあらわしたものである。摩擦角の単位面積当たりの分布はほぼ対数正規分布で表されると考えられる。したがって、特定の大きさの摩擦角 ϕ の単位面積当たりの超過確率は平均値 $\lambda = \ln \phi_m$ 、標準偏差 $\zeta = \ln(\phi_m / \phi_p)$ の対数正規分布で与えられる。

3 おわりに 混合粒径の流砂量を求めるために、砂礫の大きさによる離脱の難易を摩擦角で表し、砂礫の離脱確率は流速 u_c 以上の流速が t_c 以上継続する確率で表されることを述べた。今後、この離脱確率の検討を深め、移動距離を明確にし、混合粒径の流砂量に結びつけたいと考えている。

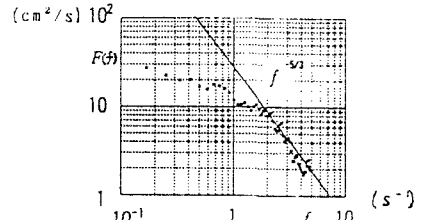


図-3 乱れのエネルギースペクトル

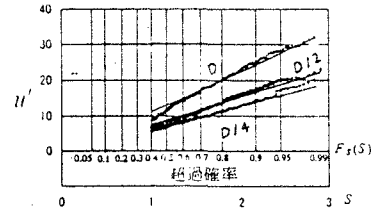


図-4 変動速度の超過確率

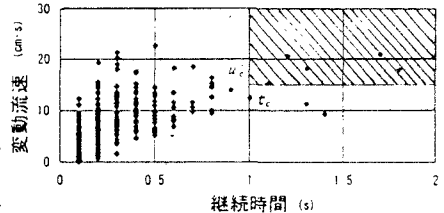


図-5 変動流速とその継続時間の関係

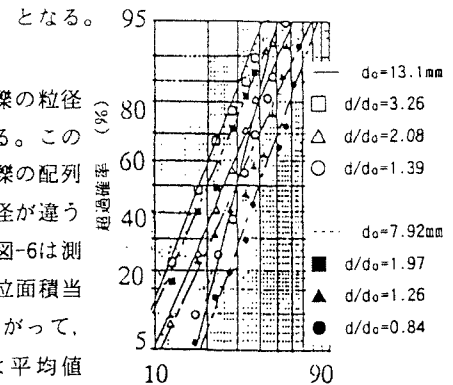


図-6 摩擦角 ϕ_c の分布