

立命館大学大学院

学生員○吉栖雅人

立命館大学理工学部

正会員 江頭進治

1. はしがき 人工的な土砂輸送の問題に関連して、固定壁面を有する水路における流砂現象の解明は重要である。本研究においては、勾配の急な固定床上における砂の移動形態と流砂量式について検討をする。

2. 砂の移動形態

流れの場を図1のように模式化する。砂の全移動層厚を h_s とし、外力 τ とクーロン型の降伏応力 τ_y がいずれも直線的に分布するものとする。外力から降伏応力を差し引いたものが流動応力である。いま、砂と砂、砂と固定床との摩擦角をそれぞれ ϕ_s 、 $\phi_{sb} (< \phi_s)$ とする。 $z=h_p$ においては外力と降伏応力が釣り合っており、 $z=h_p$ より上層においては、砂層内部に流動

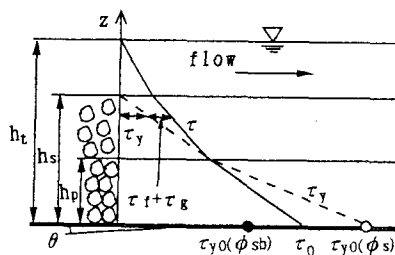


図1 流れの模式図

ける外力 τ_0 と降伏応力 τ_{y0} が図のように位置した場合、 $0 < z < h_p$ に流動応力は存在しないが、 $z=0$ において、 $\tau_0 > \tau_{y0}(\phi_{sb})$ となるため、底面で滑りが起こり $0 < z < h_p$ の領域は Plug flow になる。ここで、上層の Shear flow の領域に江頭らの提案する応力¹⁾を用いると、二次元等流の運動量保存則は次のようになる。

$$\int_z^{h_s} \rho \{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \} g \sin \theta dz + \int_{h_s}^h \rho g \sin \theta dz = \left\{ \int_z^{h_s} \rho (\sigma/\rho - 1) c g \cos \theta dz - p_d(z) \right\} \tan \phi_s + \tau_f(z) + \tau_g(z) \quad \dots (1)$$

ここに、 σ は砂の密度、 ρ は水の密度、 c は掃流砂層での砂の体積濃度、 g は重力加速度

上式において τ_f に江頭・芦田らの式¹⁾、 τ_g 、 p_d に宮本の式²⁾を適用する。

$$\tau_f = k_f \rho \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \quad \tau_g = k_g \sigma (1-e^2) c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \quad p_d = k_d \sigma e^2 c^{1/3} d^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad \dots (2)$$

k_f, k_g は実験常数で d は砂の粒径である。式(1)において $z=h_p$ と置けば $\tau_f(h_p)=0$ 、 $\tau_g(h_p)=0$ 、 $p_d(h_p)=0$

であるから、Plug 層厚は h_s/h_t の関数として次のように求められる。

$$h_p/h_t = (cah_s/h_t - \tan \theta) / (ca - \tan \theta) \quad \dots (3)$$

また、Plug flow の形成領域は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} 1. \quad \frac{\tan \theta}{ca} < \frac{h_s}{h_t} < \frac{ca + (c_* - c)\beta - \tan \theta}{c\beta(c_*a - \tan \theta)} \tan \theta \\ 2. \quad \tan \theta < \frac{c_*(\sigma/\rho - 1)}{c_*(\sigma/\rho - 1) + 1} \tan \phi_{sb} \end{aligned} \right\} \quad \dots (4)$$

ここに $a = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_s - \tan \theta)$ 、 $\beta = (\sigma/\rho - 1)(\tan \phi_{sb} - \tan \theta)$

c_* は Plug 層での砂の体積濃度である。図2は固定床上における砂

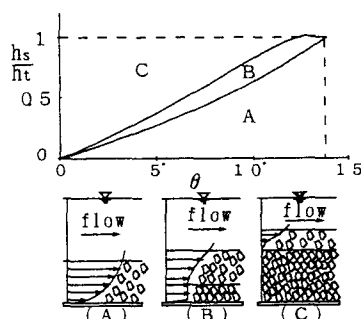


図2 砂の移動形態の領域区分図

の移動形態を条件(4)をもとに示したものである。式(4)の条件1における上限値は下層が動かなくなる限界を意味し、図1において $\tau_0 = \tau_{y0}(\phi_{sb})$ を表す。また条件1の左側の不等号を等号にしたものは図1において

$\tau_0 = \tau_{y0}(\phi_s)$ を表し、砂層全体が Shear flow になるときの最大層厚を意味する。砂の層厚が増加していく向
きに現象を見ると、領域 A では砂層全体が Shear flow を形成し ($\tau_{y0}(\phi_s) < \tau_0$)、領域 B では局所的に Plug
flow が形成され ($\tau_{y0}(\phi_{sb}) < \tau_0 < \tau_{y0}(\phi_s)$)、領域 C では通常の移動床上の Shear flow ($\tau_0 < \tau_{y0}(\phi_{sb})$) となる。

3. 流速分布

式(1)を積分すれば、 $z < h_s$ における流速分布が得られる。

$$\frac{u}{\sqrt{gh_t}} = \frac{2}{3} \frac{A_1}{A_3} \left[\frac{A_2}{A_1} - \frac{A_3}{A_1} \left(\frac{h_s}{h_t} - \frac{z}{h_t} \right) \right]^{3/2} + \frac{u_p}{\sqrt{gh_t}} \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに $A_1 = f_f + f_g - f_d \tan \phi_s$, $f_f = k_f(1-c)^{5/3}/c^{2/3}$, $f_g = k_g(\sigma/\rho)(1-e^2)c^{1/3}$, $f_d = k_g(\sigma/\rho)e^2c^{1/3}$
 $A_2 = (1-h_s/h_t)(h_t/d)^2 \sin \theta$, $A_3 = [(\sigma/\rho - 1)c \tan \phi_s - \{(\sigma/\rho - 1)c + 1\} \tan \theta] \cos \theta (h_t/d)^2$, u_p は Plug 層の流
速である。ここで Plug 層と路床との間に粘性底層 δ_s が形成されるものとし、 $u_* = \sqrt{(\tau_0 - \tau_{y0}(\phi_{sb}))/\rho}$ として
 $u_* \delta_s / \nu = 11.6$ を適用すれば、 u_p は次のように求められる。 $u_p/U_* = 11.6 U_* B^{1/2} \quad \dots \dots \dots (6)$

ここに、 $B = (1 - \tan \phi_{sb} / \tan \theta)(\sigma/\rho - 1) \{ (c_* - c) h_p/h_t + c h_s/h_t \} + 1$, $U_*^2 = gh_t \sin \theta$

4. 流砂量式

単位幅流砂量は $q_b = \int_0^{h_p} u_p c_* dz + \int_{h_p}^{h_s} u c dz$ で与えられる。

上式において h_p について式(3)を、 u については式(5)を、 u_p については式(6)を適用すると全流砂量は、

$$\Phi = \frac{4}{15} T_1 (1 - h_s/h_t)^{5/2} \tau_*^{5/2} + T_2 \tau_*^2 \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $T_1 = \frac{c}{A_1^{1/2}} \frac{1}{(ca - \tan \theta)^2} \left(\frac{\sigma/\rho - 1}{\cos \theta} \right)^2$, $T_2 = B \frac{\delta_s \sqrt{gd}}{\nu} \frac{(\sigma/\rho - 1)^{3/2}}{\sin \theta} \left[c_* - c \frac{c_* a - \tan \theta}{ca - \tan \theta} (1 - h_s/h_t) \right]$

$\tau_* = h_t \sin \theta / \{ (\sigma/\rho - 1) d \}$ である。流砂量と τ_* の関係を図 3
に示す。固定床上を流れ得る流砂量は unique に定まらず、
図斜線部に示されるような範囲として与えられる。流砂量の
最大値は、図 2 において h_s/h_t が領域 A と領域 B との境界線
にあるときに与えられ、流砂量の最小値は h_s/h_t が領域 C と
領域 B との境界線にあるときに与えられる。

5. 結論

勾配の急な固定床上における砂の移動形態には、Shear
flow の場合と、局所的に Plug flow が存在する場合とがある。
固定床上を流し得る流砂量は、ある範囲を持ち、領域 A

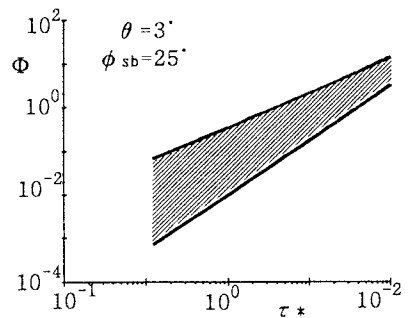


図 3 固定床上における流砂量

(図 2) の最大移動層厚に対する流砂量が最大流砂量となり、Plug 層の形成に伴い Plug 層が厚くなるにつ
れ、流砂量は減少する。流し得る流砂量の範囲は、 ϕ_{sb} と ϕ_s との違いに起因し、これらの差が小さくなる
ほど幅は狭くなる。本研究の妥当性を検討するためには、実験データが必要である。これについては講演時
に述べる。

参考文献

- 1) 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎：土石流の構成則に関する研究，京大防災研究所年報，32
号B-2, 1989, PP. 487-501
- 2) 宮本邦明：Newton流体を含む粒子流の変動機構に関する研究，立命館大学学位論文，1985, pp. 39-72