

京都大学防災研究所 正員 ○宝 馨
 京都大学防災研究所 正員 友杉 邦雄
 京都大学 工学部 正員 高樺 琢馬
 青木建設(株) 小林健一郎

1. はじめに 従来の豪雨の頻度解析には対数正規分布、Gumbel 分布など上限無限大の確率分布が多く用いられてきた。しかしながら、これらは慣例的に多用されてきた側面もあり、必ずしも物理的な根拠が明確なわけではない。ある一定の時間・空間領域における降水の量には、物理的に可能な上限値（いわゆる可能最大降水量（PMP））が存在するものと考えられる。PMPが正確に推定できるのであれば、それを上限値とするような確率分布を用いて頻度解析を行うのが合理的な考え方となり得よう。そこで本研究では、わが国のPMPを既往最大値から統計的に推定し、それを水文頻度解析モデルの上限値とする。また、下限値はクオンタイル法により推定する。Slade 型の確率分布モデル（4 母数対数正規分布）を大津市と彦根市での74年間（1912～1985）の年最大 m 日降水量（ $m=1,2,3$ ）データの計6種類のデータセットに適用し、モデルの適合度やそのモデルから算定される確率降水量がどのくらいの値を示すかを検討した。なお従来の頻度解析でよく用いられる3母数対数正規分布との比較も行う。

上限無限大とせずに上限値を設定することによって算定される T 年確率降水量（ $T=50, 100, 200$ など）の値が安定化することが予想される。つまり確率降水量の信頼性が高まり、それによって計画・設計の規模の信頼性も高まる。こうした観点から、 T 年確率降水量の安定性についてリサンプリング手法を用いて検討を加えた。

2. PMPの統計的推定

日本で記録された各継続時間に対する既往最大地点降水量を両対数紙上にプロットしたのち、回帰直線を求め、それを回帰直線との残差が上方に最大である点を通るように平行移動させるという手法によりPMPを推定した（図1）。世界のPMPについてはWMO（1986）の推定直線によった。この推定直線から求め

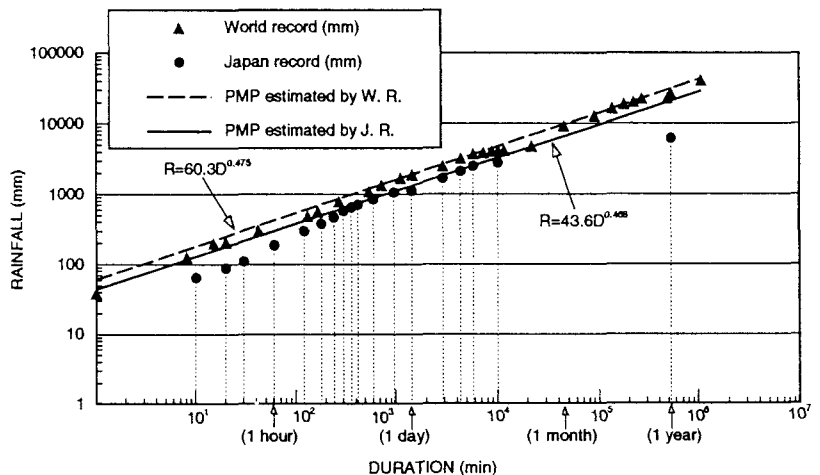


図1 世界および日本のPMPの推定線

られた1～3日のPMPは、それぞれ1908, 2652, 3215 mmであった。日本記録をもとに筆者らが描いた推定直線から求められた1～3日のPMPは、それぞれ1311, 1813, 2192 mmであった。

全国を13の気候区に分け、各気候区においても同様の処理を行う。基礎データとしては、「日本気候表（統計開始～1990）」に記録されている全国157地点の極値降水量（時間単位は、10 min, 1 hr, 24 hr, 1 day, 1 month, 1 year）を用いた。本来24時間降水量は日降水量を下回らないはずであるが、時間単位での観測期間が短いために日降水量の記録の方が大きい地点が少なからずある。その場合には、日降水量の値を採用した。気候区ごとに求められた1日降水量のPMPを図2に示す。この気候区のPMPの推定値につい

Kaoru TAKARA, Kunio TOMOSUGI, Takuma TAKASAO, Ken-ichirou KOBAYASHI

ては、気候学的考察が必要であるが、ここではとりあえずこの値を採用する。

3. 両側有限分布と母数推定法 ここでは、岩井（1949）によって紹介された次のSlade型の両側有限分布を用いる。

$$f(x) = \frac{g-a}{(x-a)(g-x)\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln \{ (x-a)/(g-x) - \mu_y \}}{\sigma_y} \right\}^2 \right]$$

母数は、 a （下限値）、 g （上限値）、 μ_y 、 σ_y の4つである。

豪雨極値データに対してこれらの母数を定めるのに、次の4つの方法を試みた。

METHOD 1: 4つの母数 a, g, μ_y, σ_y を最尤法で推定する。

METHOD 2: 世界、日本、日本の各気候区において統計的に推定されたPMPを上限値 g として固定し、他の3母数 a, μ_y, σ_y を最尤法で推定する。

METHOD 3: クオントイル法（宝ほか、1994）で推定した下限値 a を固定値として、他の3母数 g, μ_y, σ_y を最尤法で推定する。

METHOD 4: 上・下限値 g, a をMETHOD 2, METHOD 3と同様にして固定し、他の2母数 μ_y, σ_y を最尤法で推定する。

また、参考のため、上限無限大の3母数対数正規分布に対して、3母数を最尤法で推定する（METHOD 5）、下限値 a をクオントイル法で推定し固定して他の2母数を最尤法で推定する（METHOD 6）、という二つの方法による解析結果とも比較する。METHOD 6は、わが国でよく用いられている岩井改良法に対応している。

4. 確率水文学量の変動性による評価

年最大値など極値水文学量を取扱う場合、データと分布全体の適合度も重要であるが、分布の裾の部分の形状や適合度がより重視される。というのは、分布の裾、すなわち非超過確率の大きい部分（渇水などのように小さな値を対象とする場合は、非超過確率の小さい部分）のわずかの形状の違いによって確率水文学量の値がかなり異なってくるからであり、実際の種々の水工計画の立案はこの確率水文学量の値を基礎としてなされるからである。したがって、データの蓄積が進んでも（言い換えると、データの組合せが異なっても）確率水文学量の推定値が大きく変動しないような確率分布モデルが実用上望ましい。そこでリサンプリング手

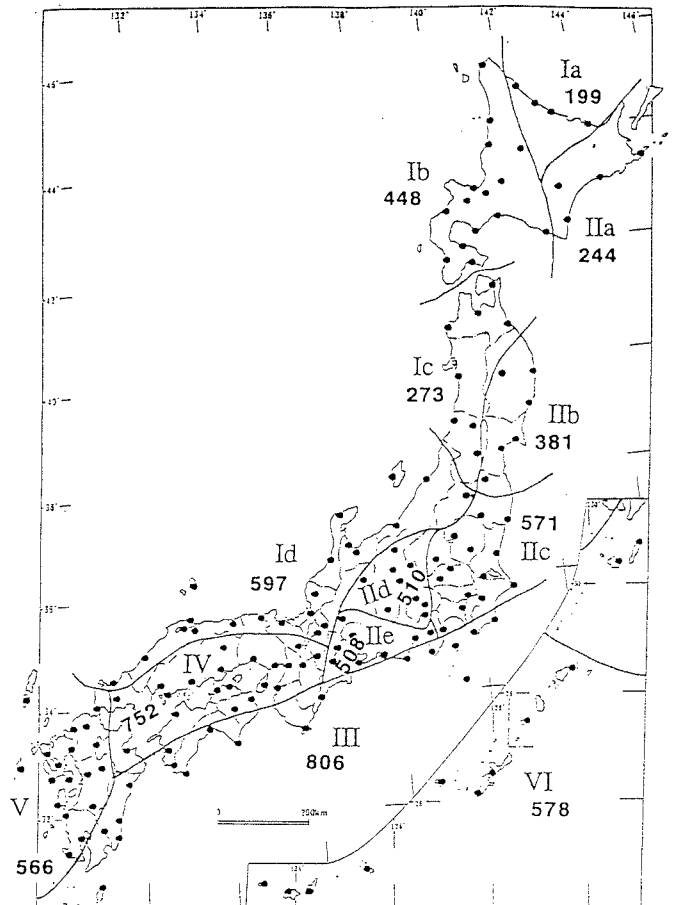
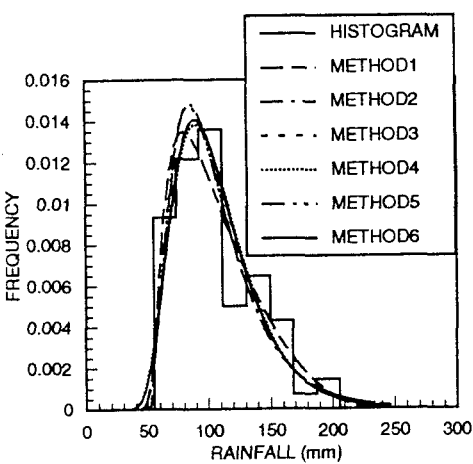


図2 可能最大1日降水量（mm）

法（本研究では、Bootstrap 法）を用いて確率水文量の変動性について調べる。現在手元にある N 個のデータが、われわれのもつ情報のすべてであり、それを有効に利用しなければならない。そのデータの独立性を仮定すれば、それぞれのデータは等確率（ $1/N$ ）で生じたものと考えてのが自然である。そこで、 N 個のデータをもつ標本から無作為に繰り返しを許して N 個抽出することにより仮想のデータセットを多数（ B 個）作り出し、各データセットにある確率分布モデルをあてはめ確率水文量を求める。この作業により得られた B 個の確率水文量の平均、標準偏差を求める。このような Bootstrap 法により、確率降水量の変動性を定量的に評価することができる。



5. 結果と考察 大津の年最大1日降水量データに適用した結果を表1に示す。表中、SLSCとAICについてはその値が小さいほど、MLLについてはその値が大きいほど適合度が良く、またCORについてはその値が1に近いほど適合度が良い。SLSC ≈ 0.02 または COR ≈ 0.995 ならばかなり適合度が良い（宝・高棹，1988, 1989）。

図3 確率密度関数とヒストグラム
(大津, 年最大1日降水量)

SLSC, CORの値を見ると判るように、どのMETHODについてもかなり良い適合度が得られている。従来の方法であるMETHOD 6と比較してもほぼ同程度の適合度があり、また上限値を設定したことにより特にMETHOD 4では、リターンペリオドが大きいときの確率降水量の値が抑えられることがわかる。上限値の固定値には気候区のPMPを用いるのが望ましいが、Slade 型の両側有限分布では世界あるいは日本のPMPを用いた場合に比べて、気候区のPMPを用いると適合度が多少劣る。この点については、別の上下限值をもつ確率分布を導入することによって改善されるかもしれない。

また、あてはめた分布モデルの確率密度関数と年最大1日降水量のヒストグラムを同一のグラフ上に描いた(図3)。ただし、固定値は下限値を岩井法で求めた値、上限値を日本のPMPとした。METHODによって多少形状が異なるが、いずれも良いあてはまり具合を示している。他の5つのデータセットについても同様の処理を行った。

大津の年最大1日降水量データに対してBootstrap 法を用いて T 年確率降水量（ $T=50, 100, 200, 300$ ）の変動について調べた結果を表2に示した。繰り返しの回数 B がどの程度なら適当かについては適用するデータ

表1 大津市の年最大1日降水量（1912－1985の74年間）にあてはめた結果

方法 (注釈：下線付きの値は固定)	自由パラ メタ数	適合度評価基準				確率降水量 (mm)			
		SLSC	MLL	AIC	COR	50年	100年	200年	300年
METHOD1 (a=50.3, g=246)	4	0.01858	-355.681	719.362	0.99639	187.6	197.7	205.8	209.8
METHOD2 (g=1908, World) (g=1311, Japan) (g=752, Regional)	3	0.01992	-357.075	720.015	0.99581	203.1	225.7	248.6	262.3
		0.01970	-357.007	720.015	0.99591	202.6	224.6	246.8	259.9
		0.01911	-356.826	719.652	0.99616	201.1	221.6	241.9	253.6
METHOD3 (a=19.5, Stedinger) (a=18.0, Iwai)	3	0.02222	-357.593	721.185	0.99474	192.8	211.1	229.4	240.1
		0.02252	-357.646	721.292	0.99459	192.6	210.7	228.9	239.6
METHOD4 (a=19.5, g=1908) (a=19.5, g=1311) (a=19.5, g=752) (a=18.0, g=1908) (a=18.0, g=1311) (a=18.0, g=752)	2	0.02247	-357.606	719.212	0.99462	192.1	209.8	227.4	237.7
		0.02277	-357.625	719.250	0.99446	191.2	208.3	225.2	235.0
		0.02378	-357.702	719.404	0.99394	188.9	204.6	219.9	228.6
		0.02285	-357.667	719.334	0.99442	191.5	209.0	226.4	236.5
		0.02319	-357.691	719.383	0.99425	190.6	207.6	224.2	233.9
		0.02427	-357.781	719.563	0.99368	188.4	204.0	219.0	227.6
METHOD5 (a=35.4, 3母数対数正規)	3	0.02034	-357.207	720.415	0.99562	204.1	227.7	252.2	267.0
METHOD6 (a=19.5, 3母数対数正規) (a=18.0, 3母数対数正規)	2	0.02197	-357.583	719.166	0.99486	194.0	213.0	232.2	243.5
		0.02230	-357.635	719.269	0.99470	193.5	212.1	231.0	242.1

表2 確率降水量のBootstrap推定値（大津，年最大1日降水量，1912—1985， $B=1500$ 回）

方法 (注釈：下線付きの値は固定)	自由パラ メタ数	確率降水量 (mm)							
		50年		100年		200年		300年	
METHOD1 ($a=50.3$, $g=246$)	4	185.3 (10.18)	0.055	194.1 (11.78)	0.061	201.2 (13.94)	0.069	204.7 (15.40)	0.075
METHOD2 ($g=1908$, World)	3	203.7 (16.70)	0.082	227.0 (22.28)	0.098	250.9 (28.66)	0.114	265.1 (32.73)	0.124
($g=1311$, Japan)		203.2 (16.37)	0.081	225.8 (21.56)	0.096	248.8 (27.35)	0.110	262.4 (30.96)	0.118
($g=752$, Regional)		201.7 (15.50)	0.077	222.7 (19.73)	0.089	243.5 (24.16)	0.099	255.5 (26.78)	0.105
METHOD3 ($a=19.5$, Stedinger)	3	188.2 (11.38)	0.061	204.2 (14.07)	0.069	219.9 (17.27)	0.079	229.0 (19.35)	0.085
($a=18.0$, Iwai)		188.0 (11.34)	0.060	204.0 (13.95)	0.068	219.8 (17.03)	0.078	228.9 (19.04)	0.083
METHOD4 ($a=19.5$, $g=1908$)	2	191.2 (11.64)	0.061	208.7 (13.70)	0.066	226.1 (15.82)	0.070	236.3 (17.09)	0.072
($a=19.5$, $g=1311$)		190.2 (11.41)	0.060	207.2 (13.32)	0.064	223.9 (15.27)	0.068	233.6 (16.42)	0.070
($a=19.5$, $g=752$)		188.0 (10.85)	0.058	203.5 (12.43)	0.061	218.6 (13.98)	0.064	227.2 (14.86)	0.065
($a=18.0$, $g=1908$)		190.6 (11.56)	0.061	207.9 (13.57)	0.065	225.1 (15.66)	0.070	235.1 (16.90)	0.072
($a=18.0$, $g=1311$)		189.7 (11.33)	0.060	206.5 (13.21)	0.064	222.9 (15.12)	0.068	232.5 (16.25)	0.070
($a=18.0$, $g=752$)		187.5 (10.79)	0.058	202.9 (12.35)	0.061	217.7 (13.87)	0.064	226.2 (14.73)	0.065
METHOD5 ($a=35.4$, 3母数対数正規)	3	204.8 (17.35)	0.085	229.2 (23.77)	0.104	254.9 (31.48)	0.124	270.4 (36.60)	0.135
METHOD6 ($a=19.5$, 3母数対数正規)	2	193.1 (12.14)	0.063	211.9 (14.51)	0.069	230.8 (17.04)	0.074	242.0 (18.59)	0.077
($a=18.0$, 3母数対数正規)		192.6 (12.04)	0.063	211.0 (14.36)	0.068	229.7 (16.84)	0.073	240.7 (18.35)	0.076

確率降水量の各欄には、左にBootstrap推定値と（ ）内に標準偏差、右に変動係数を示してある。

によって異なることが予想されるので、 B の値を変えてその変化を見て適宜決める必要があると考えられる。 $B=10 \sim 3000$ (回) の範囲を調べた結果、 $B=1500$ (回) 程度が適当と判断した。従来の方法であるMETHOD6と比較するとMETHOD4では確率降水量の変動が多少小さいことがわかる。従来の3母数対数正規分布（岩井改良法）にPMPを上限値として導入することにより、すなわち上限無限大とせずに上限値を設定する確率分布モデルを用いた頻度解析を行うことによって、確率降水量の変動が小さくなる（安定する）ことが言える。確率降水量の変動が最も小さいのはMETHOD1であったが、METHOD1では確率降水量の推定値そのものが、他のMETHODによるものに比べてかなり小さい値なので、METHOD1がどのようなデータに対しても変動の小さい推定方法であるとは言えない。

6. まとめ 本研究で得られた成果は以下のようである。

- (1) 日本でのPMPの推定直線を描くことができた。これにより日本での可能最大 m 日降水量 ($m=1,2,3$) を算定することができた。また、同様の方法で日本の13気候区でのPMPの推定値を得た。
- (2) Slade型の4母数分布においても、従来の3母数対数正規分布（岩井改良法）と比較してほぼ同程度の適合度が得られた。
- (3) 上限値をもつことにより、実際に起こりうるであろうと考えられる降水量のリターンピリオドが過大な値になってしまわないかと考えられたが、今回の適用例ではそのようなことは起こらなかった。
- (4) リサンプリング手法を用いて T 年確率降水量の変動を定量的に評価することができた。上限無限大とせずにPMPを上限値として導入することにより、 T 年確率降水量の変動が多少小さくなる（安定する）ことがわかった。

また今後の課題として、次のようなことが挙げられる。

- (1) 物理的に根拠のある下限値の推定法の確立。
- (2) 両側有限分布に対する確率水文量の推定精度のモンテカルロ・シミュレーションによる定量的評価。

参 考 文 献

- 宝 馨・高樺琢馬 (1988, 1989) : 土木学会論文集, 第393号, pp. 151-160 および第405号, pp. 267-272 ;
 宝 馨・ステディンジャー, J.R.・山田貴史 (1994) : 水文・水資源学会1994年度研究発表会要旨集 ;
 WMO (1986) : Manual for Estimation of Probable Maximum Precipitation, Operational Hydrology Report No.1,
 WMO - No.332, 2nd. Ed.