

関西大学工学部 正会員 堂垣 正博

関西大学工学部 正会員 三上 市蔵

(株)綜合技術コンサルタント 正会員○柴田 朝康

1. まえがき ニールセン橋や斜張橋などの鋼床版、鋼箱桁と鋼製橋脚が一体に組立てられたラーメン構造におけるフランジ部などでは、2方向から面内力を受ける場合がある。2方向面内力を受ける補剛板の極限強度に関する研究は、北田ら¹⁾、勇²⁾、井浦ら³⁾によってなされている。ここでは、縦横に補剛された板が2方向から圧縮あるいは引張の面内力を同時に受ける場合を対象に、初期たわみおよび残留応力を考慮した幾何学的・材料的非線形解析を行い、その非線形挙動をを明らかにする。その際、横補剛材を弾塑性はり一柱にモデル化し、横補剛材間の縦補剛板をそれと等価な直交異方性板に置換し、直交補剛板を弾塑性はり一柱で支持された直交異方性連続板として解析する。広範なパラメトリック解析を実施し、縦補剛材の曲げ剛比や横補剛材の本数・曲げ剛比などが直交補剛板の終局強度に及ぼす影響について調べる。

2. 基礎式 図-1に示す2方向から面内力を受ける直交異方性連続板は長さa、幅b、板厚tの主板、 n_x 本の縦補剛材(自由突出高 c_s 、板厚 t_s)、および n_y 本の横補剛材(自由突出高 c_t 、板厚 t_t)からなり、初期たわみと残留応力を考慮した場合のその弾塑性有限変位解析をつぎの仮定のもとに行う。すなわち、① Kirchhoff-Loveの仮定。② 主板および補剛材は完全弾塑性体でひずみ硬化を生じない。③ 降伏判定は主板部ではvon Misesの等価応力で、縦補剛材部ではx方向の垂直応力で、横補剛材部ではy方向の垂直応力とねじり応力の等価応力でそれぞれ行う。④ 補剛材間の主板および補剛材の局部座屈は考慮しない。

(1) 釣り合い式: 弾塑性状態での l 番目の直交異方性板のx, yおよびz方向の力の釣り合い式をLinおよびMassonnetの弾塑性理論にしたがって誘導すれば、

$$\begin{aligned} N_x^e{}_{t,x} + N_{xy}^e{}_{t,y} - (N_x^p{}_{t,x} + N_{xy}^p{}_{t,y}) &= 0, & N_{xy}^e{}_{t,x} + N_y^e{}_{t,y} - (N_{xy}^p{}_{t,x} + N_y^p{}_{t,y}) &= 0, \\ M_x^e{}_{t,xx} + 2M_{xy}^e{}_{t,xy} + M_y^e{}_{t,yy} + N_x^e{}_{t,xx} \bar{w}_{t,xx} + 2N_{xy}^e{}_{t,xy} \bar{w}_{t,xx} + N_y^e{}_{t,yy} \bar{w}_{t,yy} \\ - (M_x^p{}_{t,xx} + 2M_{xy}^p{}_{t,xy} + M_y^p{}_{t,yy} + N_x^p{}_{t,xx} \bar{w}_{t,xx} + 2N_{xy}^p{}_{t,xy} \bar{w}_{t,xx} + N_y^p{}_{t,yy} \bar{w}_{t,yy}) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

を得る。ここに、 $\bar{w}_t$ は全たわみで、初期たわみ $w_{0,t}$ と荷重によるたわみ $w_{t,t}$ の和である。 $N_{x,t}$ 、 $N_{y,t}$ はそれぞれxおよびy方向の膜力、 $N_{xy,t}$ は膜せん断力である。 $M_{x,t}$ 、 $M_{y,t}$ はそれぞれyおよびx軸まわりの曲げモーメント、 $M_{xy,t}$ はねじりモーメントである。また、上添字eとpはそれぞれ弾塑性状態の直交異方性板を全断面弾性と仮定して得られる断面力と弾性断面力を修正して実の断面力を得るための仮想断面力を示す。仮想断面力は、主板部では弾性断面力から求められる von Mises の等価応力が降伏点応力を超える場合、縦補剛材部ではx方向の垂直応力が降伏点応力を超える場合、横補剛材部ではy方向の垂直応力とねじり応力の等価応力が降伏点応力を超える場合に弾性応力の超過量を板厚方向に数値積分して求められる。なお、下添字 l はx=0端側から数えた直交異方性板の番号を示し、コンマに続く下添字はそれに関する偏微分を表す。

(2) 境界条件: 2方向から面内力を受ける直交補剛板を解析するため、つぎのような境界条件を考える。すなわち、面内境界条件として、x=0辺ではx方向の変位を拘束し、x=a辺ではx方向の圧縮力あるいは引張力に対応した強制変位 u_a を与える。また、x軸に対称な直交補剛板を解析するので、y=b/2辺にはy方向の圧縮力あるいは引張力に対応した強制変位 v_a を与える。ただし、両辺とも膜せん断力は生じないものとする。

xおよびy方向の強制変位を独立に与えてもよいが、ここではxおよびy方向の平均膜応力 $\sigma_{x,ave}$ 、 $\sigma_{y,ave}$ の割

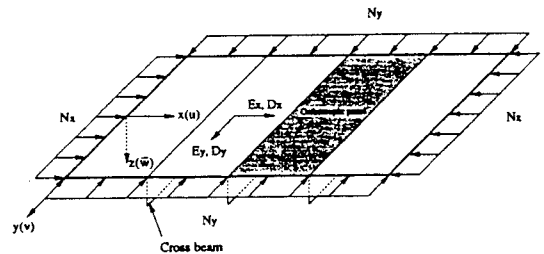


図-1

合がつねに一定になる条件

$$k_{yx}\sigma_{x,ave} = k_{xy}\sigma_{y,ave} \quad (2)$$

を与え、xあるいはy方向の強制変位のいずれかを与えることにする。ここに、 k_{xy} 、 k_{yx} はそれぞれ境界辺に生じる平均膜応力の割合を表すパラメータで、 $\sigma_{x,ave}$ 、 $\sigma_{y,ave}$ はそれぞれ

$$\sigma_{x,ave} = 2 \int_0^{b/2} [N_{xt}]_{r=a} dy / (bt + n_x c_x t_x), \quad \sigma_{y,ave} = \int_0^a [N_{yt}]_{y=b/2} dx + \sum_{r=1}^n [N_{yr}]_{y=b/2} / (at + n_y c_y t_y) \quad (3)$$

である。ここに、断面力に付けられた下添字rは横補剛材の番号を示す。

面外変形に対して、補剛板の周辺は単純支持されているものと仮定する。

(3)連続条件：隣接する ℓ と $\ell+1$ 番目の直交異方性板のx、yおよびz方向の変位とたわみ角の連続性から

$$u_\ell - u_{\ell+1} = 0, \quad v_\ell - v_{\ell+1} = 0, \quad \bar{w}_\ell - w_{0\ell} - (\bar{w}_{\ell+1} - w_{0\ell+1}) = 0, \quad \bar{w}_{\ell,x} - w_{0\ell,x} - (\bar{w}_{\ell+1,x} - w_{0\ell+1,x}) = 0 \quad (4)$$

を得る。また、横補剛材に作用するx、yおよびz方向の力のつり合いとねじりに関するつり合いを考えると

$$\begin{aligned} N_x^e \ell - N_x^e \ell_{\ell+1} - (N_x^p \ell - N_x^p \ell_{\ell+1}) &= 0, \quad N_y^e r_y + N_{xy}^e \ell_{\ell+1} - N_{xy}^e \ell - (N_y^p r_y + N_{xy}^p \ell_{\ell+1} - N_{xy}^p \ell) = 0, \\ M_{xy}^e r_{yy} - M_{xy}^p r_{yy} + M_x^e \ell_{\ell+1,x} - M_x^p \ell_{\ell+1,x} + 2(M_{xy}^e \ell_{\ell+1,y} - M_{xy}^p \ell_{\ell+1,y}) \\ &\quad - (M_x^e \ell_{\ell,x} - M_x^p \ell_{\ell,x}) - 2(M_{xy}^e \ell_{\ell,y} - M_{xy}^p \ell_{\ell,y}) + (N_y^e r - N_y^p r) \bar{w}_{\ell,yy} + (N_y^e r_y - N_y^p r_y) \bar{w}_{\ell,y} = 0, \\ M_{\ell,r,y} + M_x^e \ell_{\ell+1} - M_x^e \ell - (M_{\ell,r,y} + M_x^p \ell_{\ell+1} - M_x^p \ell) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

を得る。ここに、 N_x 、 M_x 、 M_{xy} はそれぞれ横補剛材に作用する軸力、曲げおよびねじりモーメントである。

(4)数値解析法：上述のつり合い式、境界条件式および連続条件式に差分法を適用し、増分法と修正Newton-Raphson法を併用した混合法で非線形解を求めた。なお、解析結果が広範な直交補剛板に適用できるように諸式を無次元化した。

3. 数値解析結果とその考察 本解析法の妥当性を検討するため、2方向から圧縮力を受ける周辺単純支持の等方性正方形板を解析した。x=a端でのx方向の平均膜応力 $\sigma_{x,ave}/\sigma_p$ とy=b/2辺でのy方向の平均膜応力 $\sigma_{y,ave}/\sigma_p$ の関係を図示すれば、図-2の終局強度の相関曲線を得る。ここに、実線が本解析結果、破線がDiar-Dowling¹⁾の差分解である。ただし、 $a/b=1$ 、 $b/t=b_y/t=40$ 、 $\sigma_p=245\text{N/mm}^2$ 、 $\nu=0.3$ で、初期たわみは文献4)と同じものを用いた。なお、本研究では残留応力を無視した。本終局強度相関曲線はやや高めの結果を与える。これは残留応力の有無によるものと思われる。

つぎに、2方向から圧縮力を受ける縦補剛板の終局強度の相関曲線を描くと、図-3を得る。ここに、縦補剛板の縦横比 $a/b=1$ 、主板の幅厚比 $b_y/t=30, 40, 50$ 、縦補剛材の本数 $n_x=10$ 、曲げ剛比が道路橋示方書の定める必要最小曲げ剛比、および自由突出幅比 $c_1/t_x=10$ 、初期たわみの最大値が $w_{0\max}=a/1000$ の場合である。図から明らかに、x方向からのみ圧縮力を受ける場合には、主板の幅厚比が $b_y/t=30$ の場合、その終局強度はほぼ全強に近い。一方、y方向からも圧縮力が作用すれば、終局強度は急激に減少する。x方向の圧縮力に対して、y方向の圧縮力が1/2倍以上になるとy方向からのみ圧縮力を受ける補剛板の終局強度に等しくなる。

参考文献：1)北田ら：構造工学論文集，Vol.34A，pp.203-214，1988-3。2)勇：構造工学論文集，Vol.38A，pp.231-242，1992-3。3)井浦ら：構造工学論文集，Vol.39A，pp.143-152，1993-3。4)Diar, A.F. and Dowling, P.J. : Behaviour of Thin-Walled Structures, pp.329-353, 1984。

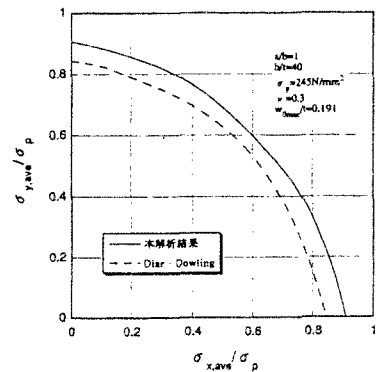


図-2

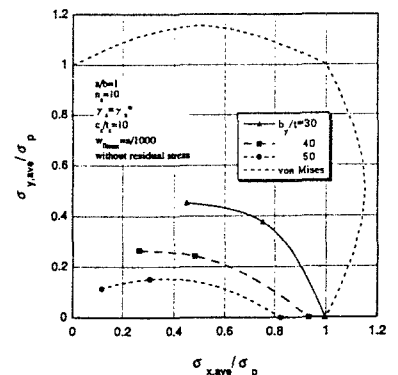


図-3