

京都大学大学院 学生員○吉住文太
 京都大学工学部 正会員 松本 勝
 京都大学工学部 正会員 白石成人
 富士総合研究所 正会員 浜崎 博

1.はじめに 本研究では、長大橋梁桁部のフラッター現象を考えるために、矩形断面について認められる非定常空気力係数間の従属性を考慮した複素固有値解析を試みた。従属関係としては、たわみとねじれ振動による空気力の相似性から求められる従属関係①、並びに等価Wagner問題に基づく従属関係②の二つを考える。この二つの従属関係について、それらを用いた場合と用いない場合の解析の比較を通して、その妥当性、並びに解析における各非定常空気力係数の重要性を検討する。

2.たわみとねじれ振動による空気力の相似性から求められる従属性① たわみとねじれの連成振動をする桁断面に作用する非定常揚力 L 、非定常モーメント M は8個の非定常空気力係数を用いて次式のように表される[1]。

$$L = \frac{1}{2} \rho (2b) U^2 \left\{ k H_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + k H_2^* \frac{b \dot{\phi}}{U} + k^2 H_3^* \phi + k^2 H_4^* \frac{\eta}{b} \right\}, \quad (1)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho (2b^2) U^2 \left\{ k A_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + k A_2^* \frac{b \dot{\phi}}{U} + k^2 A_3^* \phi + k^2 A_4^* \frac{\eta}{b} \right\}$$

ここで、 L ：単位スパン当たりの揚力（下向き正）、 M ：単位スパン当たりのモーメント（頭上げ正）、 η ：たわみ変位（下向き正）、 $(\cdot)$ ：時間微分、 U ：風速、 ρ ：空気密度、 b ：半弦長、 k ：換算振動数（ $= b \omega / U$ ）、 ω ：円振動数、

たわみ、ねじれの1自由度振動実験より非定常空気力係数は以下のように表される[2]。

$$H_1^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2\eta_0} \int_0^1 \tilde{C}_p \cos \psi_B dx, \quad H_2^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2\eta_0} \int_0^1 \tilde{C}_p \sin \psi_B dx,$$

$$A_1^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2\eta_0} \int_0^1 \tilde{C}_p x \cos \psi_B dx, \quad A_2^* = \frac{-U^2}{2b\omega^2\eta_0} \int_0^1 \tilde{C}_p x \sin \psi_B dx, \quad (2)$$

$$H_2^* = \frac{U^2}{2b^2\omega^2\phi_0} \int_0^1 \tilde{C}_p \sin \psi_T dx, \quad H_3^* = \frac{-U^2}{2b^2\omega^2\phi_0} \int_0^1 \tilde{C}_p \cos \psi_T dx,$$

$$A_2^* = \frac{U^2}{2b^2\omega^2\phi_0} \int_0^1 \tilde{C}_p x \sin \psi_T dx, \quad A_3^* = \frac{-U^2}{2b^2\omega^2\phi_0} \int_0^1 \tilde{C}_p x \cos \psi_T dx,$$

ここで、 ψ_B ：たわみ1自由度振動における、たわみ速度下向き最大から断面上面の負圧が最大となるまでの位相差、

ψ_T ：ねじれ1自由度振動における、ねじれ変位頭上げ最大から断面上面の負圧が最大となるまでの位相差、 x ：断面中心からの無次元距離（ $x=X/b$ ）、 X ：断面中心からの距離（下流向きを正）、 $\tilde{C}_p$ ：変動圧力係数、 η_0 ：たわみ振幅、 ϕ_0 ：ねじれ片振幅、

さらに、相対迎角が 1° のときの変動圧力係数 $\tilde{C}_{p\alpha=1^\circ}$ は次式のように表すことができ[3]、

$$\tilde{C}_{p\alpha=1^\circ} = \tilde{C}_p \times \frac{U}{\omega \eta_0} = \tilde{C}_p \times \frac{1}{\phi_0} \quad (3)$$

また、相対迎角を基準にするとなたわみとねじれの位相差特性は本質的には同じと考えられる[3]。これより、非定常空気力係数間には、換算振動数 $k = b \omega / U$ を媒介変数として従属関係が存在する。

$$H_3^* = \frac{H_1^*}{k}, H_2^* = -\frac{H_4^*}{k}, A_3^* = \frac{A_1^*}{k}, A_2^* = -\frac{A_4^*}{k} \quad (4)$$

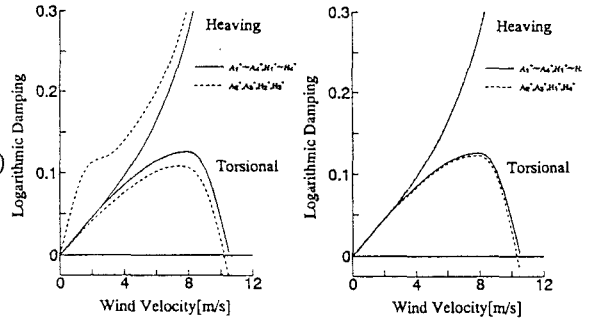


Fig.1 たわみとねじれ振動による空気力の相似性から求められる従属関係①を用いた場合の複素固有値解析結果（ $B/D=20$ ）

この従属性①を用いて、フラッター解析を行った。その結果をFig.1に示す。この図より非連成項を用いた場合、連成項を用いた場合ともに、従属性を用いずに行った解析結果とよい一致を示す。特に非連成項を用いた場合は適合性が高い。フラッター解析においては、非連成項の精度がより重要となるものと考えられる。

3.等価Wagner問題に基づく従属性② 等価Theodorsen関数（複素関数）を逆ラプラス変換した等価Wagner関数が時間に関して実関数となる関係から次の関係が成立する。

$$L = \frac{1}{2} \rho (2b) U^2 \left(\frac{dC_F}{d\alpha} \right) (F_L + i G_L) \left(\frac{\eta}{U} + \phi \right) \quad M = \frac{1}{2} \rho (2b^2) U^2 \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right) (F_M + i G_M) \left(\frac{\eta}{U} + \phi \right) \quad (5)$$

ここで、 $\frac{dC_F}{d\alpha}$ ：揚力係数勾配、 $\frac{dC_M}{d\alpha}$ ：モーメント係数勾配、

$$F_L = 1 - \frac{a_L k^2}{b_L^2 + k^2} - \frac{c_L k^2}{d_L^2 + k^2}, \quad G_L = \frac{a_L b_L k}{b_L^2 + k^2} + \frac{c_L d_L k}{d_L^2 + k^2}, \quad F_M = 1 - \frac{a_M k^2}{b_M^2 + k^2} - \frac{c_M k^2}{d_M^2 + k^2}, \quad G_M = \frac{a_M b_M k}{b_M^2 + k^2} + \frac{c_M d_M k}{d_M^2 + k^2},$$

$a_L, b_L, c_L, d_L, a_M, b_M, c_M, d_M$ ：断面ごとに決まる等価Theodorsen関数の定数、

F_L, G_L, F_M, G_M は平板でのTheodorsen関数に

相当する等価Theodorsen関数[4]である。(1)、

(5)式より、非定常空気力係数間には以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} H_1^* &= \left(\frac{1}{k} \right) \left(\frac{dC_F}{d\alpha} \right) F_L, & H_4^* &= \left(\frac{1}{k} \right) \left(\frac{dC_F}{d\alpha} \right) G_L, \\ H_2^* &= + \left(\frac{1}{k^2} \right) \left(\frac{dC_F}{d\alpha} \right) G_L, & H_3^* &= \left(\frac{1}{k^2} \right) \left(\frac{dC_F}{d\alpha} \right) F_L, \\ A_2^* &= \left(\frac{1}{k^2} \right) \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right) G_M, & A_3^* &= + \left(\frac{1}{k^2} \right) \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right) F_M, \\ A_1^* &= + \left(\frac{1}{k} \right) \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right) F_M, & A_4^* &= \left(\frac{1}{k} \right) \left(\frac{dC_M}{d\alpha} \right) G_M \end{aligned} \quad (6)$$

F_L と G_L 、 F_M と G_M 間には、それぞれ $a_L \sim d_L$ 、 $a_M \sim d_M$ を介して従属関係が成り立つ。この

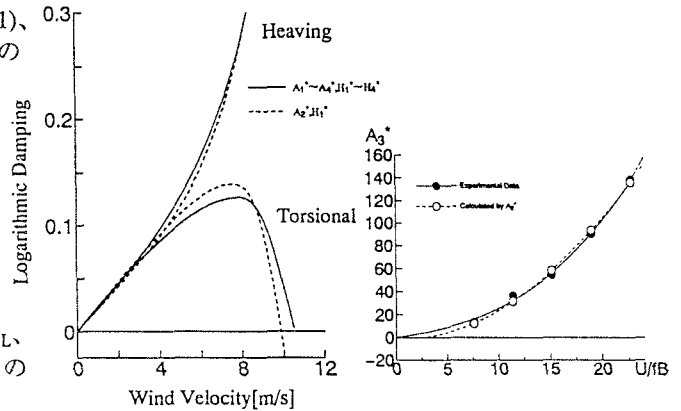
ことより H_1^* と H_4^* 、 H_2^* と H_3^* 、 A_1^* と A_4^* 、 A_2^* と A_3^* にも従属関係が存在することになる。すなわち H_1^* 、 A_1^* 一つずつから他の6つの係数を算出できる。そこで、非連成項のうち、 H_1^* 、 A_2^* を用いた場合、 H_1^* 、 A_3^* を用いた場合の解析の適合性を調べた。 H_1^* 、 A_2^* を用いた場合の結果をFig.2に示す。この結果より、 H_1^* 、 A_2^* を用いた場合は従属性を用いずに行った解析結果と同様な結果を示すことがわかる。

4.結論 たわみとねじれ振動による空気力の

相似性から求められる従属関係①では非連成項を用いた場合適合性が特に高い。等価Wagner関数を介した従属関係②の妥当性も示された。また、解析における非連成項の役割が大きいたことがわかった。精度よくフラッター安定性を解析するには非連成項の精度が重要となる。

参考文献

- [1]Scanlan,R.H.,Beliveau,J.G.,and Budlong,K.S.:Indicial Aerodynamic Functions for Bridge Decks,Journal of the Engineering Mechanics Division,Proceedings of ASCE.,Vol.100,EM4,August,1974
- [2]松本、小林、浜崎；構造基本断面における連成フラッターに関する研究、第13回風工学シンポジウム論文集、pp.377-382,1994
- [3]松本、新原、小林；構造基本断面のフラッター発生機構に関する研究、構造工学論文集Vol40A、pp.1019-1024,1994
- [4]松本、白石、白土、重高、新原、山口；構造基本断面の非定常空気力に関する研究、第12回風工学シンポジウム論文集、pp.231-236,1992



$B=0.150\text{m}, f_{\eta 0}=4.5\text{Hz}, f_{\phi 0}=6.0\text{Hz}$
 $M=0.200\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2, I=5.0 \times 10^{-4}\text{kg} \cdot \text{s}^2$

Fig.2 等価Wagner問題に基づく従属関係②を用いた場合の非定常空気力係数の従属性と複素固有値解析結果 (B/D=20)