

京都大学防災研究所 正 員 佐藤忠信
 京都大学工学部 ○学生員 竹井賢二

1. はじめに

構造物の耐震設計を合理的に行なうには、構造物の動特性を正確に把握する必要がある。しかしながら、従来のカルマンフィルター理論により、構造物の動特性を支配するパラメータの同定を行なうと、観測値に異常値が混入している場合に、物理的に無意味なパラメータ値が同定されることが多い。そこで本研究では、ロバスト推定法をカルマンフィルターのアルゴリズムに組み込み、異常値の影響を自動的に削除できる同定手法を提案し、これにより振動系の動特性の同定を行なった。

2. 構造同定法

元来、最尤推定法を基盤とするカルマンフィルター理論にあっては、観測値は全て真値の近傍にある信頼できるデータとして扱われる。しかし、実際の観測値には、観測計器の誤動作や観測時の予期せぬ外乱等によりノイズや異常値が混入していると考えられる。こうしたデータの中から信頼できるデータのみを取り出して、パラメータの同定を行なうのが、ロバストカルマンフィルターの考え方である。図1にロバストカルマンフィルターのアルゴリズムを示す。ここにシステムは状態遷移系と観測系に二分される。まず、式(1)に基づき時刻*t*における状態量の最尤推定値 $\hat{\mathbf{x}}_t$ より時刻*t+1*における状態量の事前推定値 $\bar{\mathbf{x}}_{t+1}$ を求める。次に、得られた事前推定値を用いて計算される観測値と実際の観測値との残差(式(2))の大きさに対応して決定される図2のような重みを用いることにより、最尤推定を行なう。ただし、グラフの横軸は残差、縦軸はそのとき残差に乗ずる重みである。具体的に最尤推定値は式(3)で与えられる。ここに $\mathbf{K}_{t+1}^*$ はカルマンゲインで式(4)で表せる。 $\mathbf{W}_{t+1}$ は対角要素のみ値を持つ重み行列である。つまり、残差が小さいときには、その観測値は信頼できるとして通常の最尤推定を行なう。また、残差が大きい場合には、観測値は異常であるとしてパラメータの更新を行なわない。そして、その中間においては、残差に応じて連続的に変化する重みに乗ずることで、残差の大きい場合の同定に与える影響を軽減する。以上のようにして、残差により観測値を診断しながら同定を進めることで、異常値の影響を自動的に削除できる。尚、 $\mathbf{W}_{t+1} = \mathbf{I}$ とすれば、通常の拡張カルマンフィルターとなる。

$$\bar{\mathbf{x}}_{t+1} = \int_t^{t+1} (\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_t) + \omega_t) dt \quad (1)$$

$$\mathbf{v}_{t+1} = \mathbf{z}_{t+1} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_{t+1} \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \bar{\mathbf{x}}_{t+1} + \mathbf{K}_{t+1}^* (\mathbf{z}_{t+1} - \mathbf{H}\bar{\mathbf{x}}_{t+1}) \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_{t+1}^* = \mathbf{M}_{t+1} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{M}_{t+1} \mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{t+1} \mathbf{W}_{t+1}^{-1})^{-1} \quad (4)$$

$\mathbf{x}$: システムの状態量
 $\mathbf{M}_{t+1}$: 事前推定値の誤差共分散行列
 $\mathbf{R}_{t+1}$: 残差の共分散行列
 $\mathbf{H}$: 観測行列
 $\mathbf{K}_{t+1}^*$: カルマンゲイン行列
 $\mathbf{W}_{t+1}$: 重み行列

図1 ロバストカルマンフィルターの
パラメータ更新の流れ

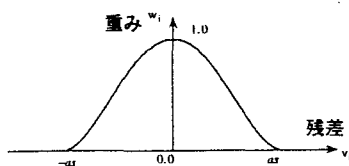


図2 有効重み調節因子

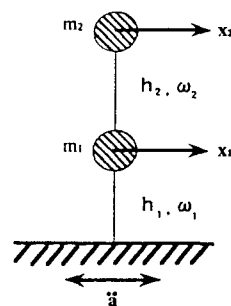


図3 2自由度構造モデル

3. 振動系の動特性の同定

今、図3示すような2自由度のモデルを考える。ただし、各層間の復元力特性は次式のVERSATILEモデルで表されるとする。

$$\dot{z}_i = k_i \dot{u}_i - \alpha_i |\dot{u}_i| |z_i|^{n_i-1} z_i - \beta_i \dot{u}_i |z_i|^{n_i}$$

ここに、 z_i 及び u_i はそれぞれ i 番目の層の復元力及び層間変位である。また、 α_i 、 β_i 及び n_i は、非線形パラメータである。ここでは、同定精度検証のために、あらかじめパラメータ値を与えた振動系で応答

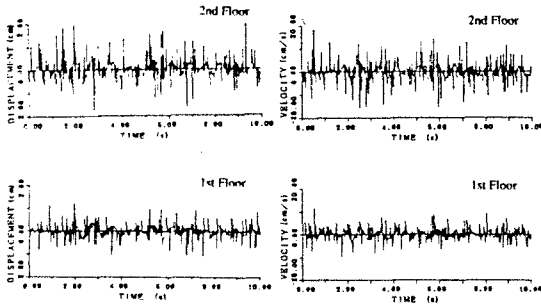


図4 異常測定値とノイズを含む観測波形
(非線形2自由度、応答変位・応答速度)

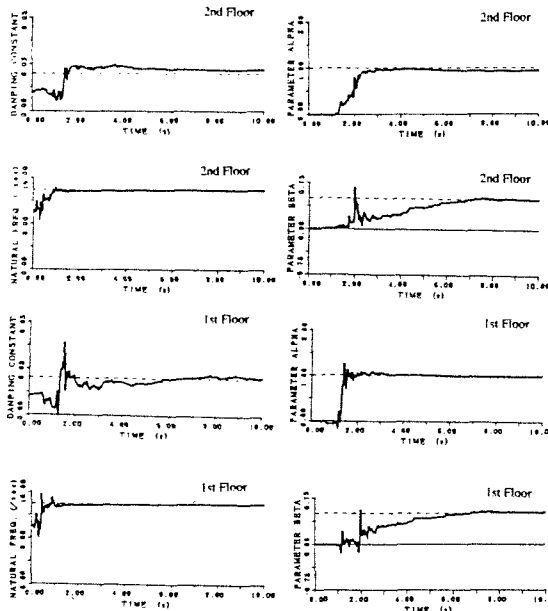
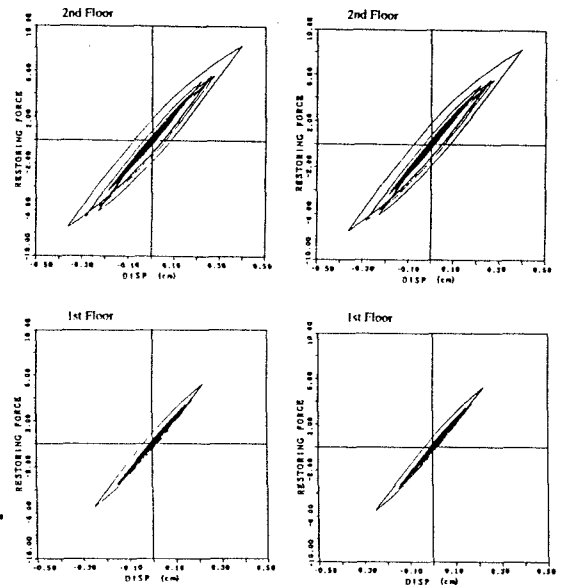


図5 ロバストカルマンフィルタによる
パラメータ値の同定の時刻歴(非線形2自由度)

計算を行ない、その波形にノイズ及び異常値を混入したものを観測波形として用いる。今、図4に示すような応答変位及び応答速度が各質点で観測されるとして、2.で提案したアルゴリズムに従って同定を行なう。尚、異常値判定の基準となる残差の許容幅としては、応答計算波形の各応答の最大値の10%程度を目安にしている。図5に同定の時刻歴を示す。図中で、実線は各パラメータの同定の時刻歴を、破線は真値を表している。減衰定数の同定がやや不正確なものの、各パラメータとも真値近傍に収束していると言える。同定された復元力特性と厳密解の比較を図6に示す。履歴曲線はよく再現されている。



厳密解 同定された復元力特性

図6 履歴曲線の比較

4. まとめ

以上により、拡張カルマンフィルタにロバスト推定法を組み込むことで、観測値に異常値が混入している場合でも影響を受けずに、構造物の動特性を支配するパラメータを精度よく同定できていることが分かる。また、その際異常値判定の基準となる残差の許容幅を、応答計算波形の最大応答の10%とおおまかにとっても、精度よく同定が行なわれた。