

1.はじめに

非線形復元力特性による履歴エネルギー吸収を利用した免震装置を用いた、免震構造物の地震時の動的挙動は、等価線形化法を用いるか、限られた数の代表的な強震記録を入力として用いた非線形応答解析を行った結果を基に考察される場合が多い。

本研究では不規則応答評価のアプローチから特に摩擦ダンパーを用いた免震構造系に対し、Fokker-Planck 方程式を導きそれを数値的に解いた結果に基づいて、その非線形性のもたらす応答の線形モデルとの相違についての検討を行った。

2.Fokker-Planck方程式による構造物の不規則応答の表現

Fig1に免震支承に摩擦ダンパーを使った橋梁のモデル図を示した。摩擦ダンパーは摩擦力を伴った摺動によって地震動エネルギーを消費することにより減衰性能を得るものであり、積層ゴム支承などのアイレータと組み合わせて使用される。

一般にFig1(d)で表される1自由度系の運動方程式は質量 M 、線形バネ係数 k 、粘性減衰係数 c 、摩擦係数 μ 、重力加速度 g 、外力の白色雑音を $\lambda \xi(t)$ とし、質点の変位を y で表すと以下の様になる。

$$M\ddot{y} + c\dot{y} + ky + \mu g M \text{Sign}(\dot{y}) = -M\lambda \xi(t), \quad v = \frac{dy}{dt}$$

この式より以下のFokker-Planck方程式が導かれる。ただし p は変位と速度に関する同時確率密度関数である。

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial y} - k y \frac{\partial p}{\partial v} = \frac{\partial [(\mu g \text{Sign}(v) + cv)p]}{\partial v} + \frac{\lambda^2}{2} \frac{\partial^2 p}{\partial v^2}, \quad p = p(y, v, t)$$

3.数値解析

本研究では、速度と変位がなす相平面を無限遠点まで含めて確率が保存される系を考える場合に、この無限領域での解を得ることが必要である。よって $y = \tan \phi$ 、 $v = \tan \psi$ の変換を用いることで無限領域を $\phi, \psi \in (-\pi/2, \pi/2)$ の閉じた領域に変換することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} = & -\cos^2 \phi \frac{\partial (\tan \psi \cdot P)}{\partial \phi} + \cos^2 \psi \frac{\partial}{\partial \psi} [(k \tan \phi + c \tan \psi) P] \\ & + \frac{\lambda^2}{2} \cos^4 \psi \frac{\partial^2 P}{\partial \psi^2} - \lambda^2 \sin \psi \cos^3 \psi \frac{\partial P}{\partial \psi} \end{aligned}$$

$$p(y, v, t) = P(\phi, \psi, t) \frac{\partial(\phi, \psi)}{\partial(y, v)}$$

$$\text{boundary condition } P=0 \quad (\phi = \pm \pi/2, \psi = \pm \pi/2)$$

数値解法のための離散化と数値積分には差分法の1つである、Alternative Direction Implicit Methodを用いた。ここでは差分化で1階微分の項に3次精度上流差分式、2階微分の項に5点対称公式を用いた。この選択により十分に良い解の性質が確保できた。

4.数値計算例

例として用いた構造系のパラメーターをTable 1に示す。 $y=v=0$ の初期状態のもとで、白色雑音が $t=0$ の時点より構造系にかかり始めた場合に上式により同時確率密度関数を求めた。対応する初期条件は $p(y, v, 0) = \delta(y) \delta(v)$ であり、数値計算においてこれになるべく近いものを与えた。差分法による解の妥当性を検証するためにサンプル応答シミュレーションによる結果と比較した。ガウス乱数によって離散化白色雑音過程のサンプル時系列(Fig2)を発生させ、この加速度入力による応答を求める。試行を3000回行い、その度数分布をFokker-Planck方程式の差分法による解と比較した。Fig3,4で一例として2秒後の変位と速度の確率密度関数について上述の2つの方法による解の比較を示す。

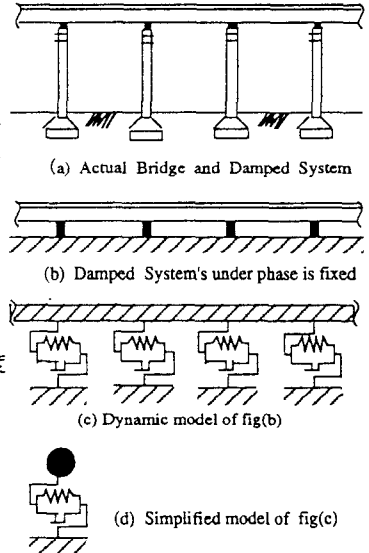


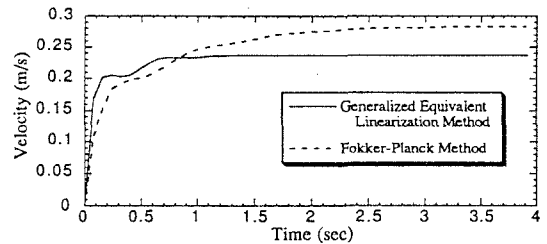
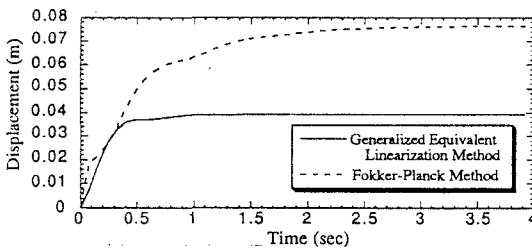
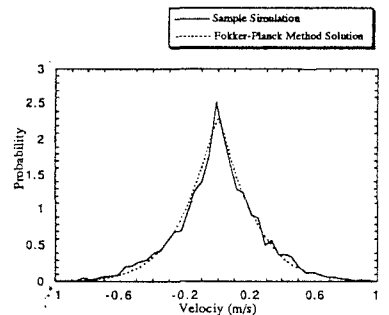
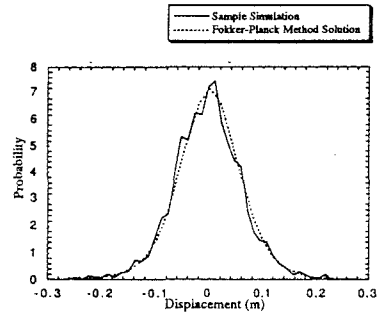
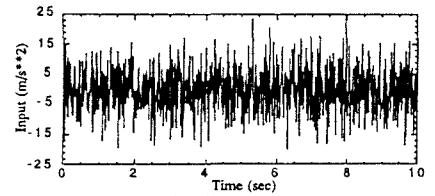
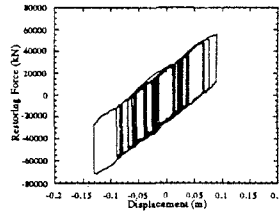
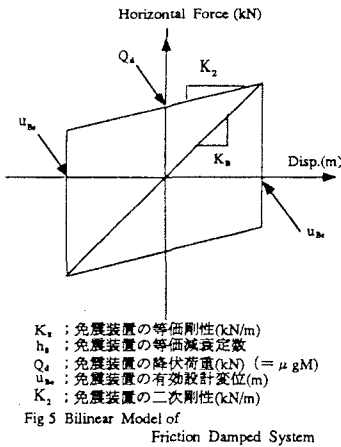
Fig 1 Model of structure used for subject of numerical calculation

Table 1. Value of parameters

質量 m	$2.16 \times 10^4 \text{ kg}$
線形バネ係数 k	$37.89 \times 10^6 \text{ N/m}$
粘性減衰係数 c	$9.05 \times 10^6 \text{ N s/m}$
摩擦係数 μ	0.1
白色雑音の強度 λ	66.7 gal

5.等価線形化モデルとの比較

摩擦ダンパー単体の復元力特性は一般に剛塑性型であるが、アイソレーター復元力と組み合わせた場合の復元力特性は、バイリニア型にモデル化することができる。(Fig5) 等価線形化法でこのようにして摩擦ダンパー系を等価剛性と等価減衰定数の2つの特性値によって表現する。Fig6に復元力-変位の履歴曲線を示す。等価線形化法により求められた、等価剛性と等価減衰定数を持つ線形モデルに対する解と摩擦のあるものとの系の特性値を用いた解の比較を変位、速度の確率分布の標準偏差の時刻歴で表し、比較したものをFig7, 8に示す。摩擦のある系は等価線形系に比べ、応答値分散の挙動の相違があることが分かる。ここで用いた等価線形化法では系の定常的な応答を反映した特性値を近似的に用いているのに対し、Fokker-Planck方程式は非線形免震系の過渡応答の段階での状態を算出する手法であることに留意する必要がある。数値計算によれば特に速度の確率分布が尖った形状を示しているなど、等価線形化法において予測される確率分布である正規分布とは異なっている。



《参考文献》

- 1)建設省、道路橋の免震設計法マニュアル(案)、財団法人 土木研究センター、平成4年
- 2)小倉久直、続 物理 工学のための確率過程論、コロナ社、1985
- 3)C.A.J.Flecher, コンピュータ流体力学、シュプリング・フェアラーク東京、1993